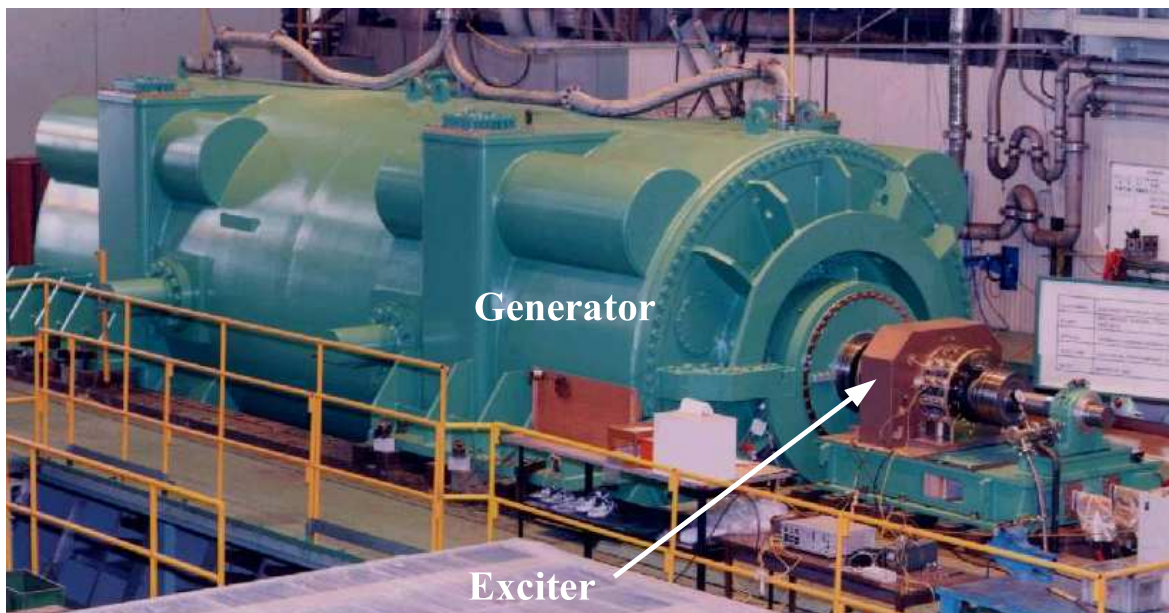
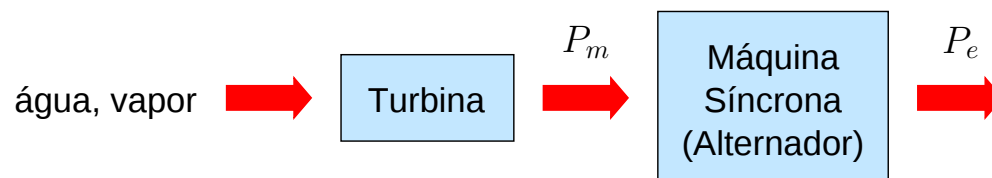

ET720 – Sistemas de Energia Elétrica I

Capítulo 3: Geradores síncronos

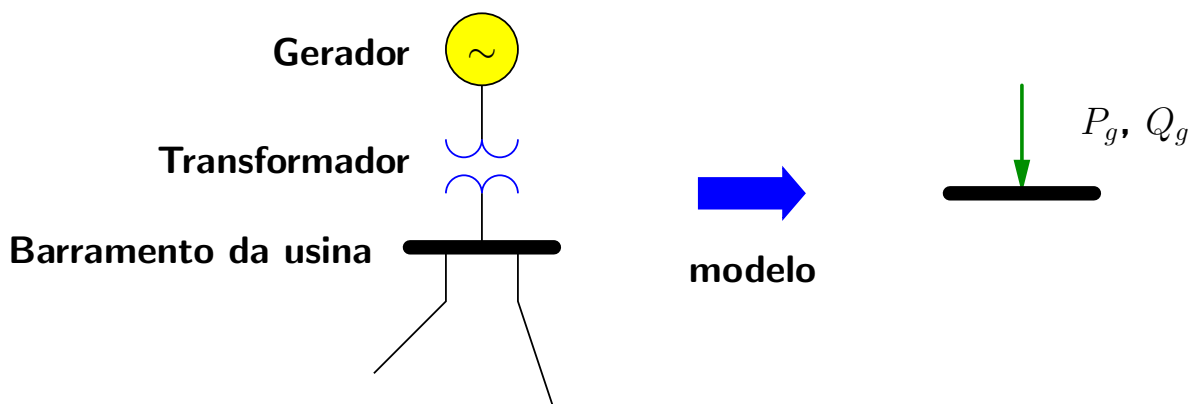
3.1 Introdução

- Gerador síncrono: conversor de potência mecânica em potência elétrica:



Turbogerador com excitatriz

- ▶ No problema de fluxo de carga apresentado no capítulo anterior considerou-se:

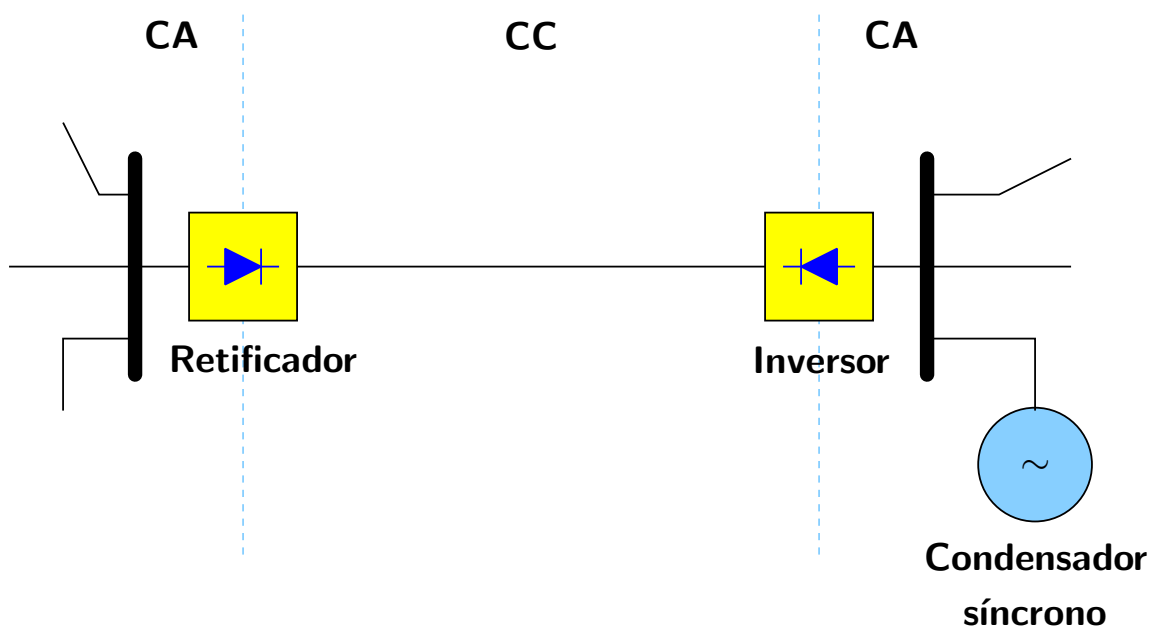


- ▶ Há modelos mais completos, a serem aplicados em várias análises de sistemas elétricos de potência. Exemplo: estudos de estabilidade.
- ▶ Somente será estudada a operação da máquina síncrona em regime permanente.
Fenômenos transitórios são estudados em cursos mais avançados.
- ▶ Máquina síncrona funcionando como gerador → barra PV → será discutida com detalhe
- ▶ Motor síncrono com carga mecânica acoplada ao eixo → é uma carga → é modelado como tal e não será discutido nesse capítulo.

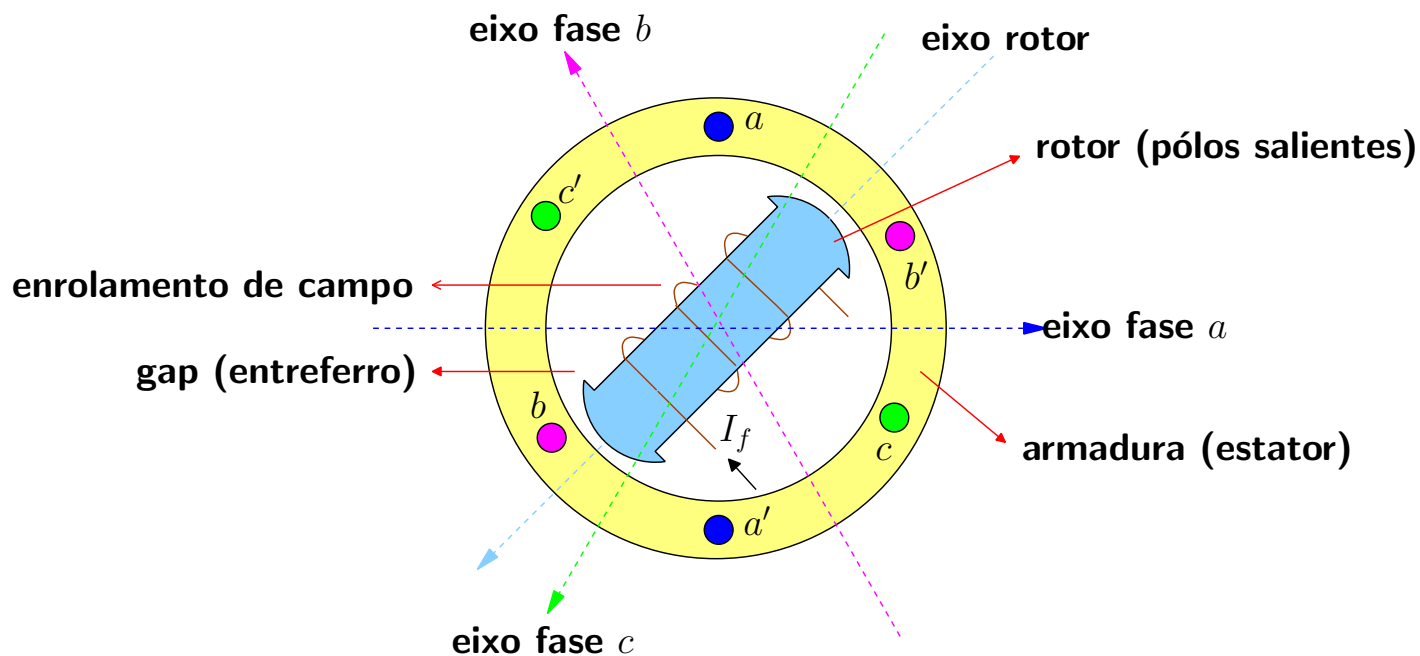
- ▶ Motores síncronos conectados à rede sem carga mecânica no eixo → fornecimento de potência reativa à rede → condensador síncrono

Exemplo: lado inversor de um link CC consome muitos reativos → coloca-se um condensador síncrono:

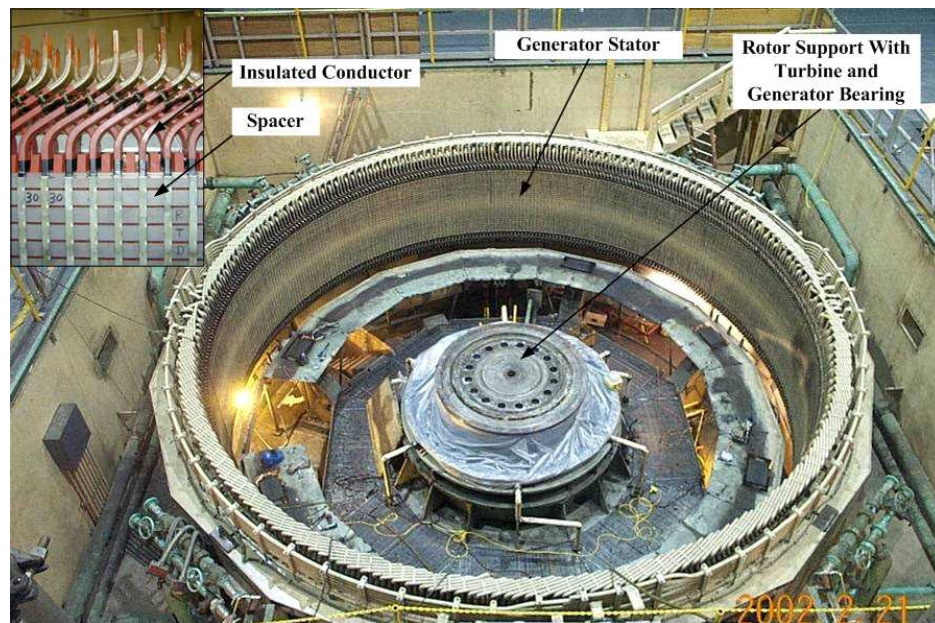
- é mais barato que um banco de capacitores de potência equivalente devido ao nível de isolação exigido.
- permite um controle contínuo de fornecimento de reativos (bancos de capacitores têm controle discreto).



► Descrição básica da máquina síncrona:



- Armadura (estator) – parte fixa → bobinas ficam acomodadas em ranhuras.
- Campo (rotor) – parte móvel → bobina enrolada no rotor por onde circula corrente contínua → criação de um campo magnético.
- Entreferro (gap) – espaço entre estator e rotor → implica em uma relutância magnética.

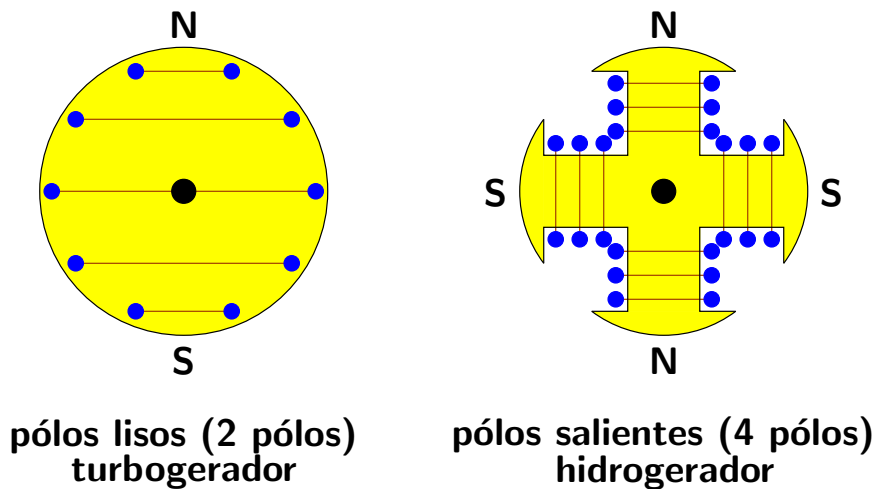


Estator de um hidrogerador



Rotor de um hidrogerador

► **Pólos lisos × pólos salientes no rotor:**



Pólos salientes:

- hidrogeradores
- turbina hidroelétrica: peça grande, pesada
- grande volume de água
- grande número de pólos

Pólos lisos (rotor cilíndrico):

- turbogeradores (vapor)
- eficiência das turbinas a vapor aumenta a altas velocidades
- pequeno número de pólos

■ Exemplo

Sistema de geração da usina de Itaipu: turbina Francis/gerador com velocidade de 92,3 rpm a 60 Hz (lado brasileiro) e 90,9 rpm a 50 Hz (lado paraguaio). Determine o número de pólos das máquinas.

A expressão que relaciona o número de pólos (p), a velocidade em rpm (n) e a frequência da tensão gerada em Hertz (f) é:

$$p = \frac{120 f}{n}$$

Os respectivos números de pólos são:

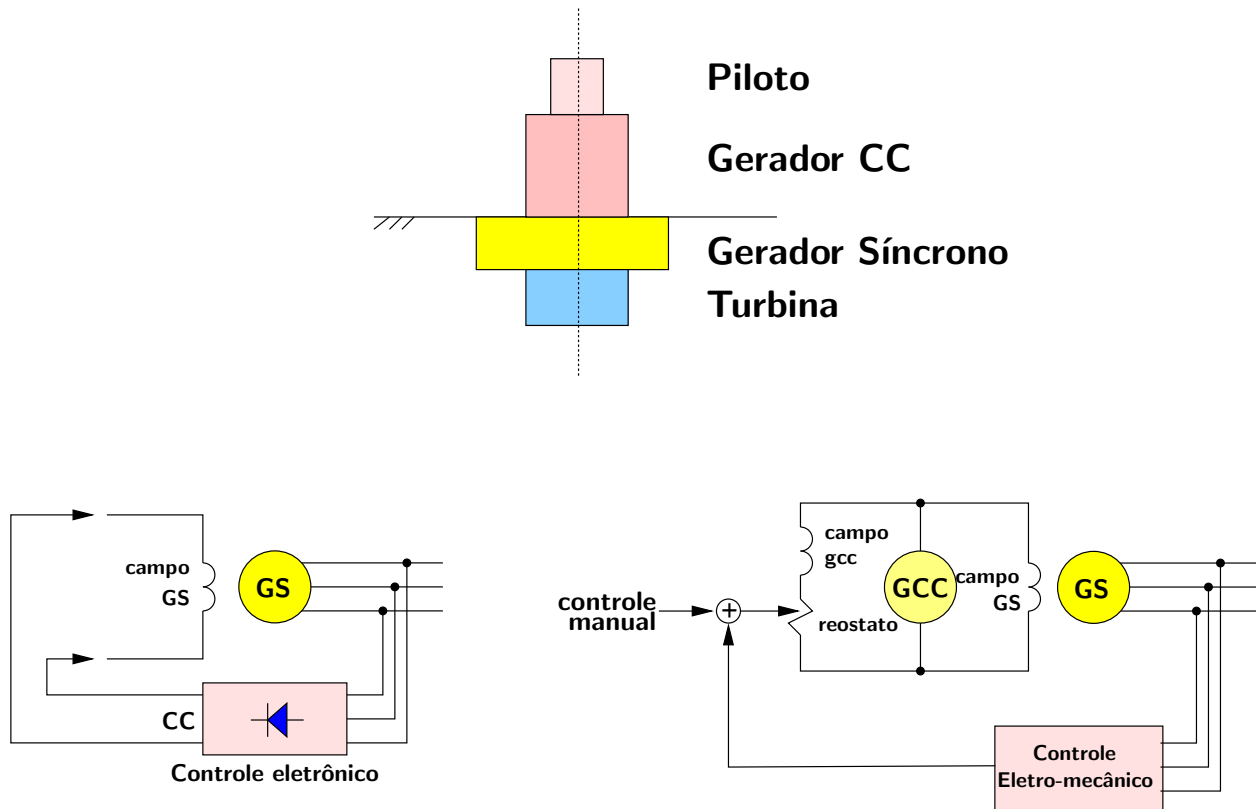
$$p_{Br} = \frac{120 \cdot 60}{92,3} = 78 \text{ pólos} \rightarrow \text{lado brasileiro}$$
$$p_{Pa} = \frac{120 \cdot 50}{90,9} = 66 \text{ pólos} \rightarrow \text{lado paraguaio}$$



-
- ▶ **Máquinas grandes (≈ 20 metros de diâmetro) e baixa velocidade $\rightarrow$ eixo na vertical (em geral hidrogeradores).**

Máquinas menores e altas velocidades $\rightarrow$ eixo na horizontal (em geral turbogeradores).

► **Excitação de campo:**



- **Campo gerado pela própria rede através de um gerador CC auto-excitado**

Piloto → gerador de imã permanente

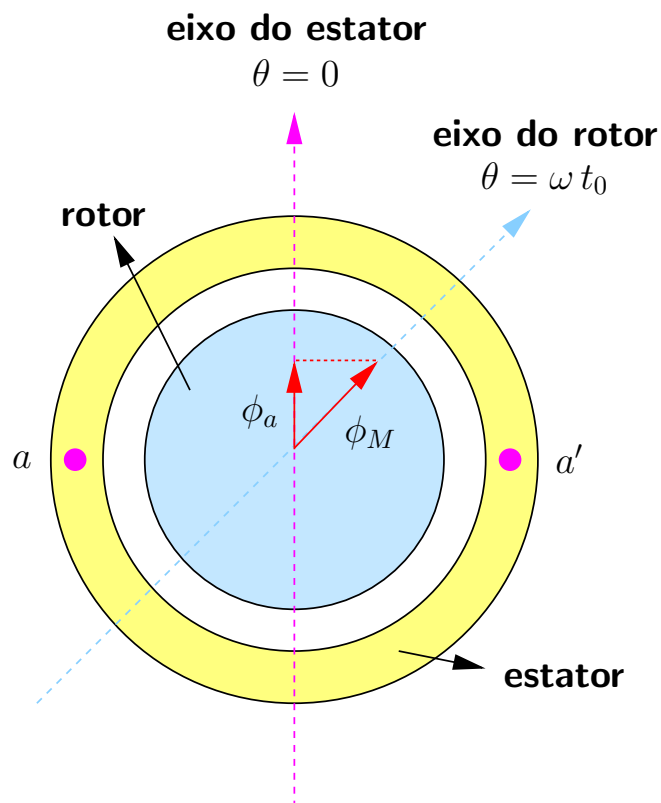
- **Controle eletrônico → mais rápido**

3.2 Modelo da máquina síncrona de pólos lisos

- ▶ É possível obter um circuito elétrico equivalente para a máquina síncrona de pólos lisos.
- ▶ O circuito equivalente é obtido através da análise:
 - do comportamento da máquina em vazio
 - do comportamento da máquina sob carga
 - das perdas

3.2.1 Máquina operando em vazio

- ▶ Considerar uma máquina trifásica em que somente o enrolamento da fase a é representado para facilitar a análise.



- ▶ Máquina é acionada (pela turbina) com velocidade angular constante ω . A posição instantânea do rotor é:

$$\theta = \omega t$$

onde o ângulo θ é medido a partir do eixo do estator (referência angular).

- ▶ Corrente CC (i_f) é aplicada no enrolamento de campo e gera um campo magnético (H), que depende da intensidade da corrente e do caminho magnético:

$$i_f \rightsquigarrow H$$

A indução magnética (B) depende do meio no qual H existe:

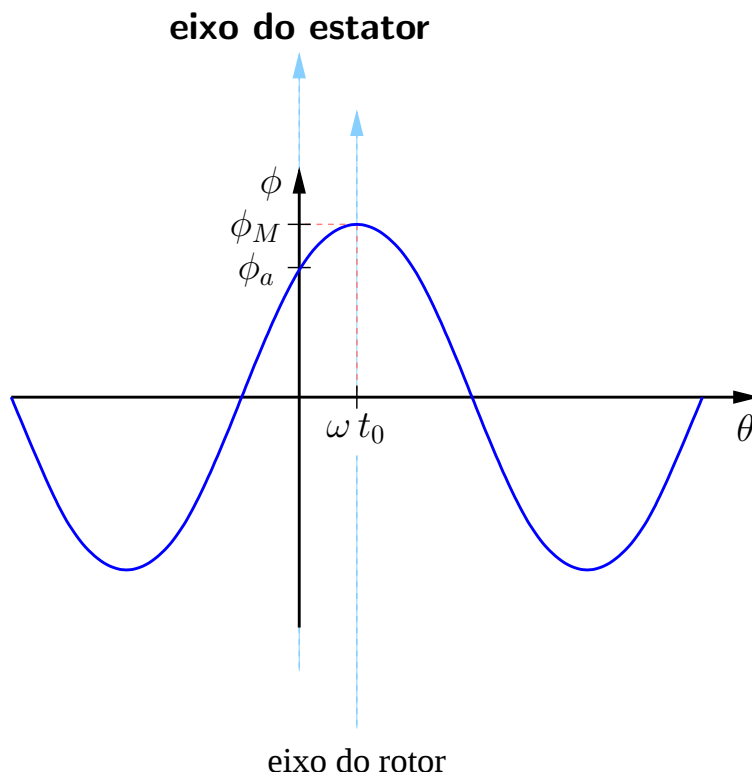
$$H \rightsquigarrow B$$

- ▶ O fluxo magnético é proporcional à própria indução e à área onde ela existe:

$$B \rightsquigarrow \phi$$

ϕ é máximo sobre o eixo do rotor (ϕ_M).

- A máquina é construída de forma que o fluxo magnético tenha uma forma senoidal no espaço.



- O fluxo sobre o eixo da fase a do estator é:

$$\phi_a(\theta) = \phi_M \cos \theta$$

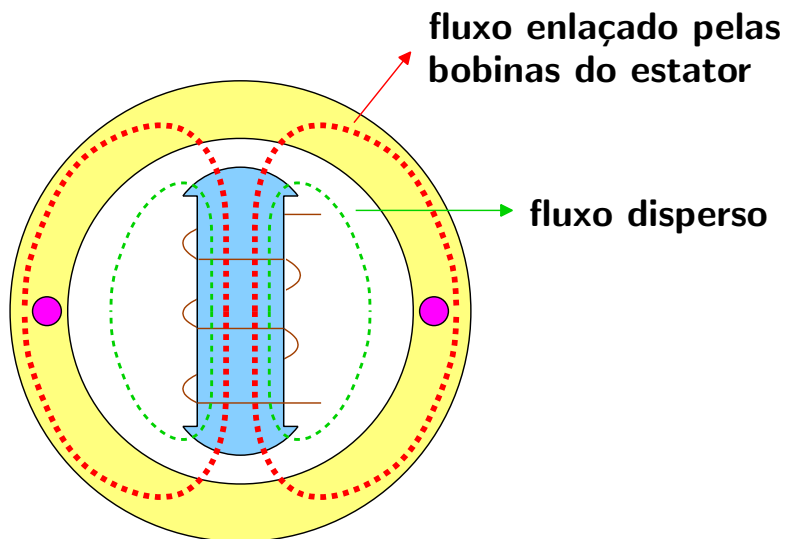
ou, em função do tempo:

$$\phi_a(t) = \phi_M \cos \omega t$$

► Pela lei de Faraday a tensão induzida no enrolamento da fase a do estator é:

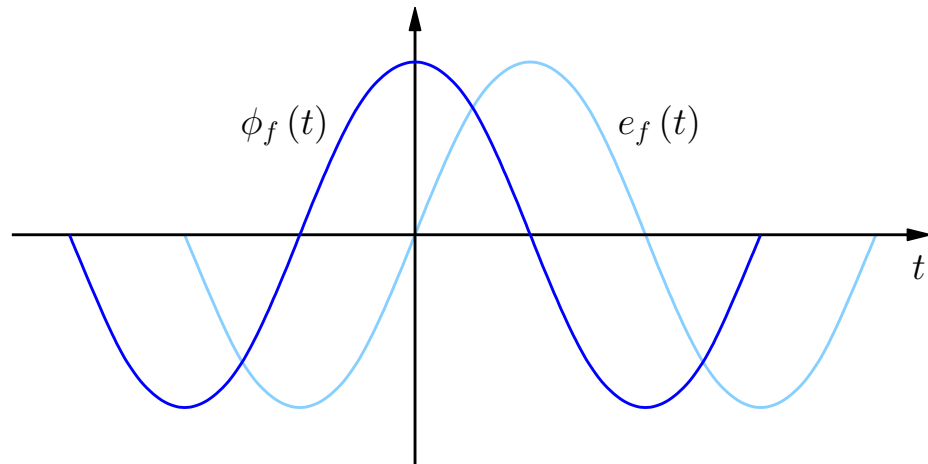
$$e_f(t) = -N \frac{d}{dt} \phi_a(t)$$

Na realidade há dispersão de fluxo:



Considerando que ϕ_f seja o fluxo enlaçado pelas bobinas do estator:

$$\begin{aligned} e_f(t) &= -N \frac{d}{dt} \phi_f(t) \\ &= N \phi'_M \omega \text{ sen } \omega t \\ &= V_p \text{ sen } \omega t \end{aligned}$$

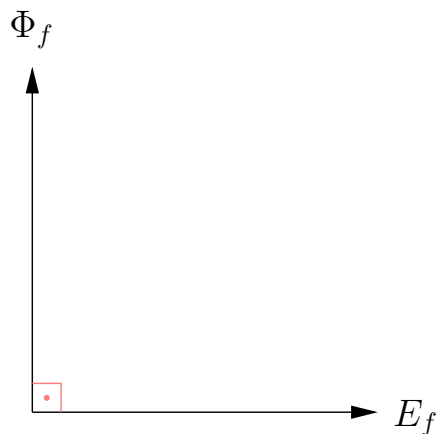


- Tanto o fluxo concatenado como a tensão induzida são senoidais. Chamando de:

$\Phi_f \rightarrow$ fasor associado a $\phi_f(t)$

$E_f \rightarrow$ fasor associado a $e_f(t) \rightarrow$ **Força eletromotriz interna da máquina**

tem-se um diagrama de fluxos e tensões em que a tensão está atrasada de 90° em relação ao fluxo:



3.2.2 Máquina operando sob carga

- Carga conectada ao estator da máquina → correntes de armadura (fases a , b e c).

Considere que a carga é equilibrada. As correntes são:

$$i_a(t) = I_p \cos(\omega t)$$

$$i_b(t) = I_p \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_c(t) = I_p \cos(\omega t + 120^\circ)$$

- São criadas 3 forças magnetomotrizes senoidais com mesmo valor máximo e defasadas de 120° :

$$F_a(t) = F_p \cos(\omega t)$$

$$F_b(t) = F_p \cos(\omega t - 120^\circ)$$

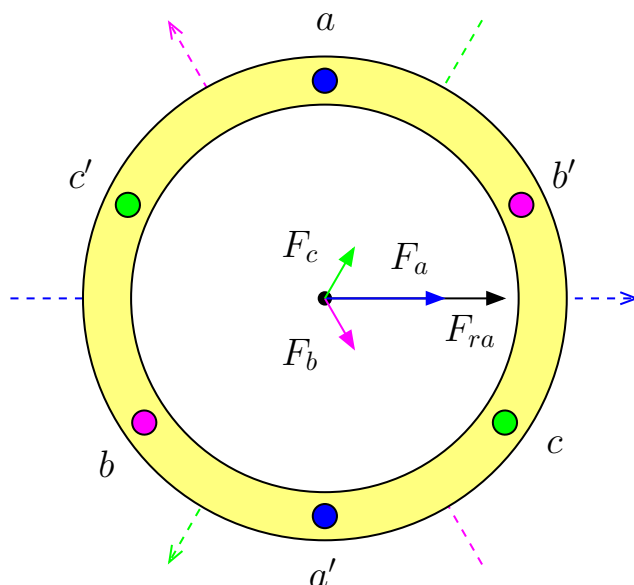
$$F_c(t) = F_p \cos(\omega t + 120^\circ)$$

Considere o instante $\omega t = 0$:

$$F_a = F_p \quad F_b = -\frac{F_p}{2} \quad F_c = -\frac{F_p}{2}$$

A força magnetomotriz resultante é:

$$F_{ra} = \frac{3}{2}F_p$$



- ▶ A força magnetomotriz total (resultante das três fmm das fases) é:

$$F_{ra}(t) = \frac{3}{2}F_p \cos(\omega t)$$

F_{ra} é a força magnetomotriz de reação de armadura¹ → resultado da circulação de corrente de armadura.

F_{ra} corresponde a um campo girante no entreferro.

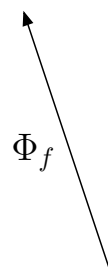
A velocidade de giro de F_{ra} é igual à velocidade do campo do rotor → os dois campos são estacionários um em relação ao outro.

- ▶ O campo girante de reação de armadura combinado com o campo de excitação resultam em um campo total de entreferro, que determinará a tensão terminal do gerador.

3.2.3 Diagrama fasorial

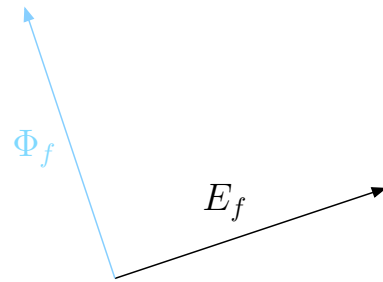
- ▶ Considere que o gerador alimenta diretamente uma carga indutiva → corrente atrasada em relação à tensão aplicada (tensão terminal do gerador).
- ▶ A seqüência de raciocínio é a seguinte:

- A corrente de campo produz um campo Φ_f .

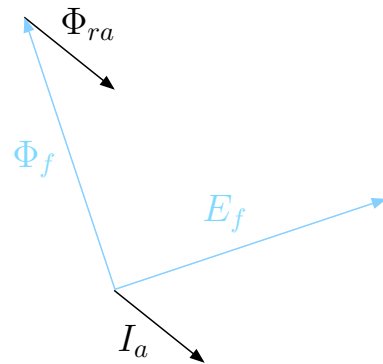


¹Ver apêndice no final do capítulo.

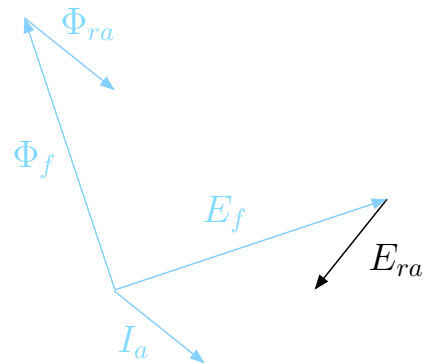
- Φ_f induz uma tensão E_f (atrasada de 90°).



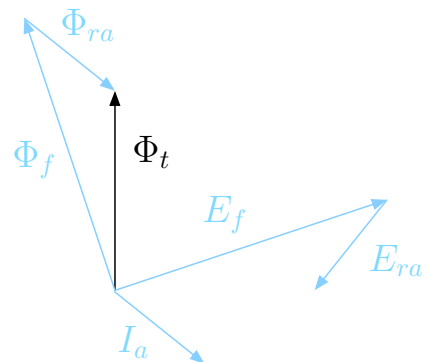
- A corrente de carga I_a produz um campo de reação de armadura Φ_{ra} (em fase).



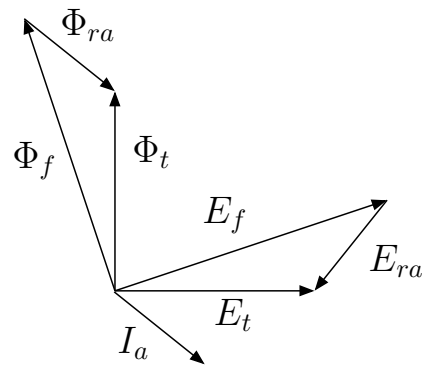
- Φ_{ra} induz uma tensão E_{ra} (atrasada de 90°).



- A soma de Φ_f e Φ_{ra} resulta no campo total de entreferro Φ_t .



- A soma de E_f e E_{ra} resulta na tensão terminal do gerador E_t .

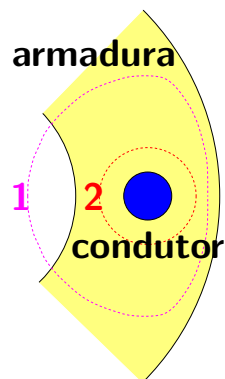


3.2.4 Consideração das perdas

► As principais causas de perdas são:

- Perdas ôhmicas nos enrolamento → modeladas como uma resistência r_a → resistência de armadura.
- Dispersão de fluxo de armadura → modelada como uma reatância indutiva x_ℓ → reatância de dispersão da armadura.

(*) ℓ → leakage



1 – linhas de campo que passam pelo entreferro

2 – linhas de campo que não passam pelo entreferro

3.2.5 Circuito equivalente

- ▶ Em termos das tensões pode-se escrever:

$$E_t = E_f + E_{ra}$$

- ▶ Verifica-se que:

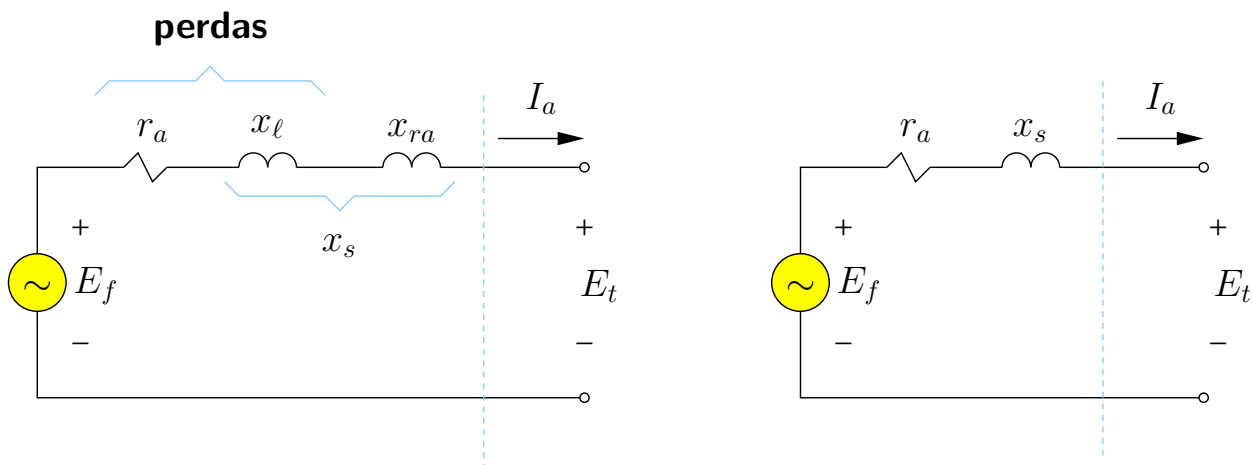
- a corrente de armadura I_a está adiantada de 90° em relação à tensão E_{ra} .
- ou I_a está atrasada de 90° em relação $-E_{ra}$.
- é como se a tensão $-E_{ra}$ fosse aplicada sobre uma reatância e I_a fosse a corrente pela reatância.
- efeito da reação de armadura modelada como uma reatância de reação de armadura ou reatância magnetizante.

- ▶ Assim:

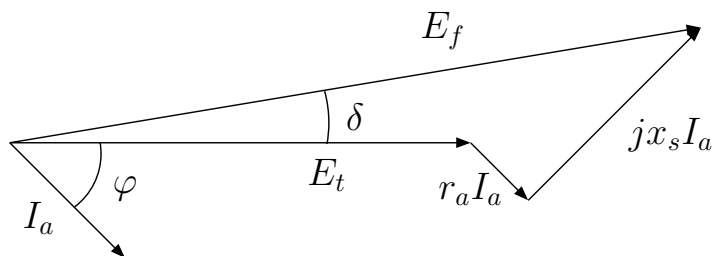
$$\begin{aligned} E_t &= E_f - (-E_{ra}) \\ &= E_f - jx_{ra}I_a \end{aligned}$$

- ▶ Semelhança com a expressão obtida para uma fonte de tensão real composta por uma fonte de tensão ideal e uma impedância interna.

- ▶ Incluindo os efeitos das perdas tem-se o circuito equivalente da máquina síncrona de pólos lisos:



- ▶ O diagrama fasorial e a equação básica são:



$$E_t = E_f - (r_a + jx_s) I_a$$

$$V_t = V_f \angle \delta - (r_a + jx_s) I_a \angle -\varphi$$

- ▶ Este é o chamado modelo clássico e é adequado para análises de regime permanente senoidal.
- ▶ Existem modelos mais elaborados para aplicações específicas.

3.2.6 Característica potência-ângulo

► Considerar o diagrama fasorial da máquina síncrona mostrado acima.

► A tensão terminal E_t foi tomada como a referência angular.

O ângulo de defasagem entre E_t e E_f é chamado de ângulo de potência.

► Da equação da máquina tem-se:

$$\begin{aligned} E_t &= E_f - (r_a + jx_s) I_a \\ &= E_f - r_a I_a - jx_s I_a \end{aligned}$$

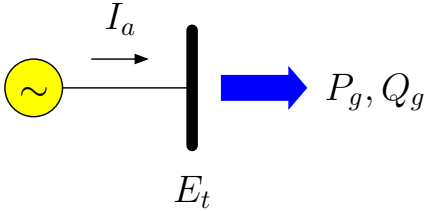
► Escrevendo os fasores de tensão e corrente em termos de seus módulos e ângulos:

$$\begin{aligned} V_t &= V_f \angle \delta - r_a I_a \angle (-\varphi) - x_s I_a \angle (90^\circ - \varphi) \\ &= V_f \cos \delta + jV_f \sin \delta - r_a I_a \cos \varphi + jr_a I_a \sin \varphi - \\ &\quad x_s I_a \cos (90^\circ - \varphi) - jx_s I_a \sin (90^\circ - \varphi) \end{aligned} \quad (1)$$

► Tomando as partes imaginárias de (1) e considerando que $r_a \ll x_s$ (desprezando a resistência):

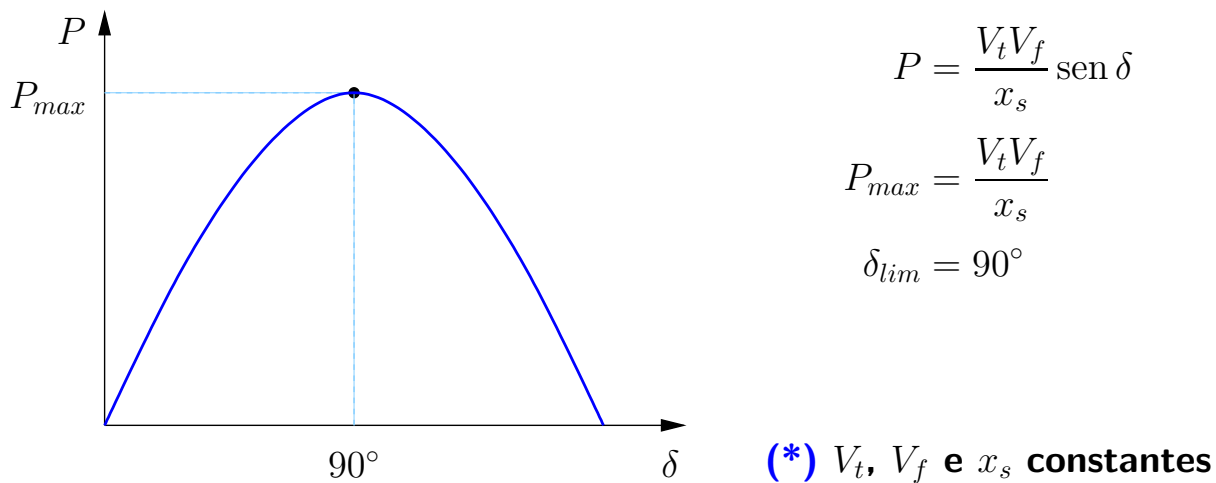
$$\begin{aligned} 0 &= V_f \sin \delta - x_s I_a \sin (90^\circ - \varphi) \\ I_a \cos \varphi &= \frac{V_f}{x_s} \sin \delta \end{aligned}$$

- Multiplicando os dois lados da equação por V_t :

$$V_t I_a \cos \varphi = P = \frac{V_t V_f}{x_s} \sin \delta$$


onde P é a potência ativa fornecida pelo gerador ao restante do circuito.

- A curva $[P \times \delta]$ (potência-ângulo) mostra que existe um limite para a potência ativa fornecida pela máquina → limite estático de estabilidade:



- Tomando agora as partes reais de (1) e desprezando a resistência:

$$V_t = V_f \cos \delta - x_s I_a \cos (90^\circ - \varphi)$$

$$I_a \sin \varphi = \frac{V_f}{x_s} \cos \delta - \frac{V_t}{x_s}$$

$$\underbrace{V_t I_a \sin \varphi}_Q = \frac{V_t V_f}{x_s} \cos \delta - \frac{V_t^2}{x_s}$$

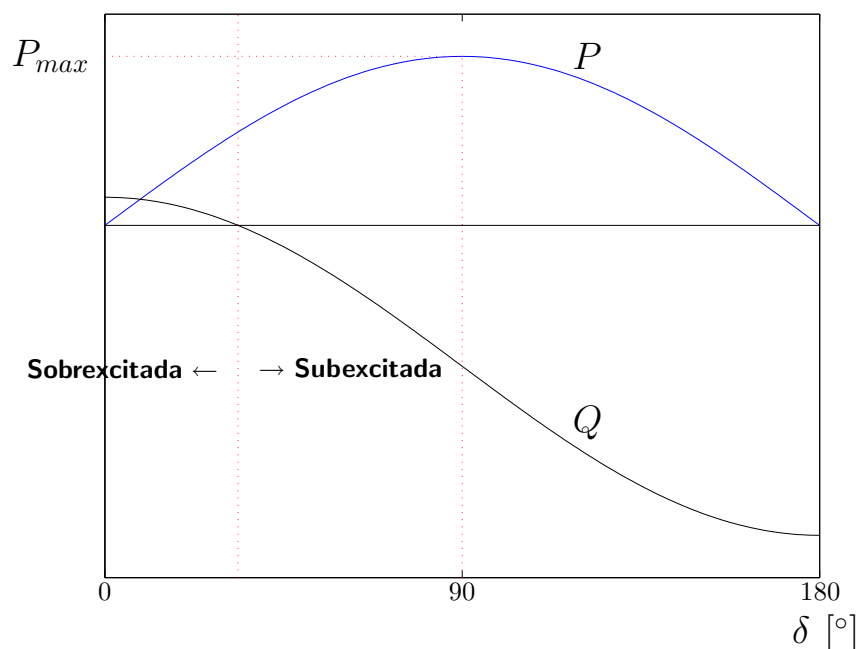
$$Q = \frac{V_t V_f}{x_s} \cos \delta - \frac{V_t^2}{x_s} = \frac{V_t}{x_s} (V_f \cos \delta - V_t)$$

- Em geral os geradores operam de forma que os ângulos de potência sejam de no máximo 30° (típico).

■ Exemplo

Obtenha as curvas $[P \times \delta]$ e $[Q \times \delta]$ de um gerador síncrono para: $V_f = 1,2$ pu, $V_t = 1,0$ pu e $x_s = 1,0$ pu. A resistência de armadura do gerador é desprezada.

Para essas condições tem-se:



A potência ativa máxima (para $\delta = 90^\circ$) é:

$$P_{max} = \frac{V_f V_t}{x_s} = 1,2 \text{ pu}$$

A potência reativa é nula para:

$$V_f \cos \delta - V_t = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \delta = 33,6^\circ$$

Note que:

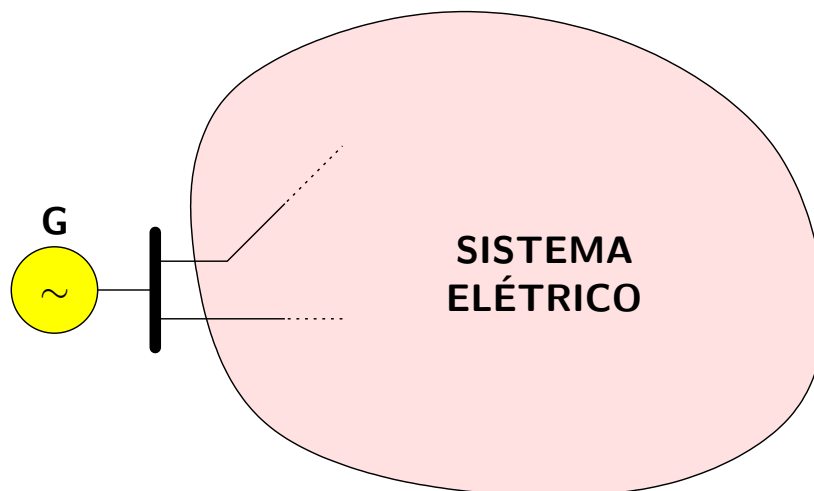
$(V_f \cos \delta - V_t) > 0 \quad \rightsquigarrow \quad Q > 0$ – máquina sobreexcitada, fornece potência reativa

$(V_f \cos \delta - V_t) < 0 \quad \rightsquigarrow \quad Q < 0$ – máquina subexcitada, consome potência reativa



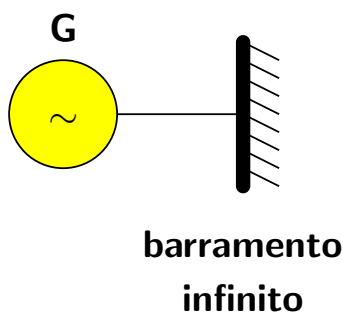
3.2.7 Controles da máquina

- ▶ O gerador síncrono faz parte de um grande sistema de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.

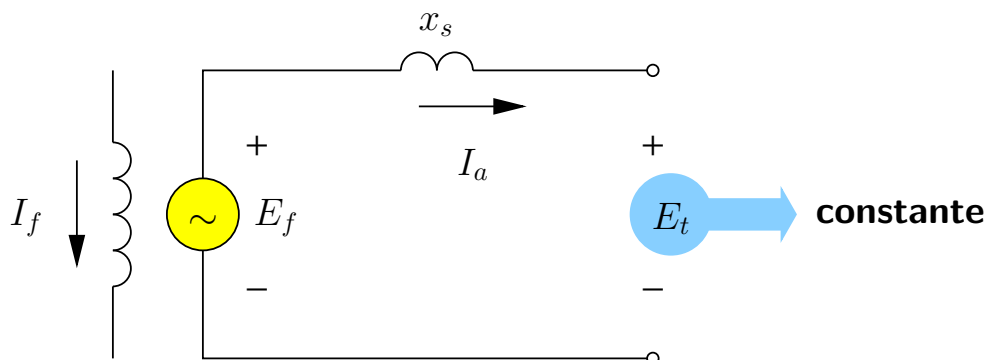


- ▶ A tensão terminal (magnitude, ângulo de fase e frequência) é determinada pela interação entre G e o restante da rede.
- ▶ Redes de grande porte são compostas por várias unidades geradoras.
- ▶ Cada gerador individualmente é em geral mais fraco que o conjunto dos demais.

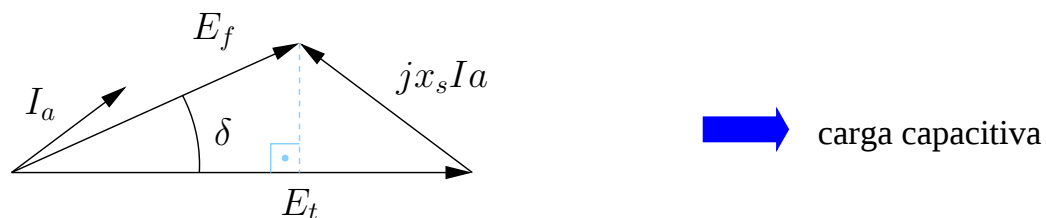
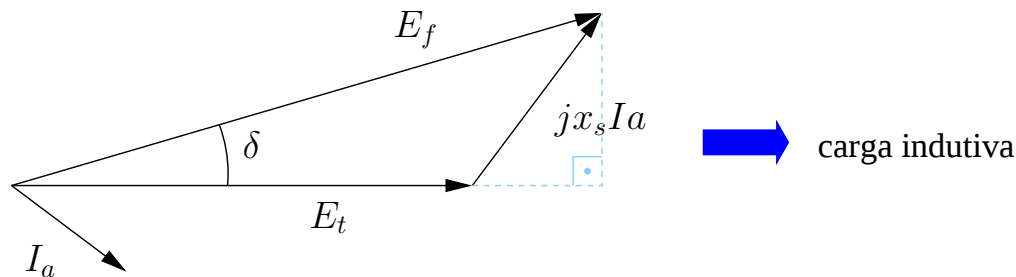
- ▶ No caso de G, a tensão terminal será imposta pelo sistema, que é mais forte do que ele.
- ▶ As seguintes ações de controle podem ser realizadas em G:
 - Abertura ou fechamento da válvula de água (hidro) ou vapor (turbo) que aciona a turbina.
 - Variação da corrente de campo do gerador.
- ▶ Se o sistema for suficientemente forte, as ações de controle terão um impacto muito pequeno (desprezível) sobre a tensão terminal do gerador, que manterá a mesma magnitude, ângulo de fase e frequência.
- ▶ Diz-se então que G está conectado a um **barramento infinito**.



- ▶ O circuito equivalente de G fica:



- Dependendo do fator de potência visto pelo gerador pode-se ter:



- Para uma máquina de pólos lisos as potências entregues são:

$$P_G = \frac{V_t V_f}{x_s} \sin \delta \qquad Q_G = \frac{V_t V_f}{x_s} \cos \delta - \frac{V_t^2}{x_s}$$

Pode-se fazer uma simplificação que facilita as análises posteriores. As funções seno e cosseno de ângulos pequenos (próximos a zero) podem ser escritas como (decomposição em série de Taylor):

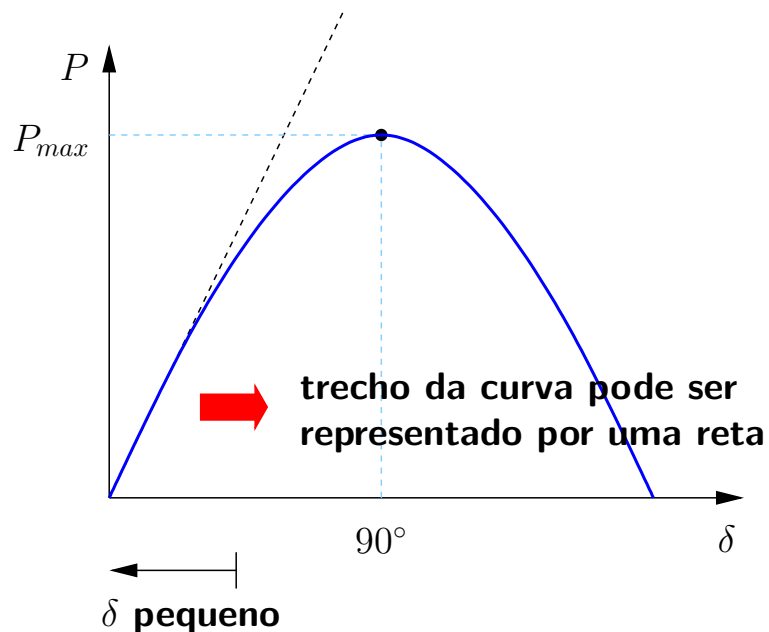
$$\sin x = x - \frac{x^3}{6} + \dots \approx x$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \dots \approx 1$$

e as expressões das potências ficam:

$$P_G = \frac{V_t V_f}{x_s} \delta \quad Q_G = \frac{V_t V_f}{x_s} - \frac{V_t^2}{x_s}$$

► Esta aproximação é tanto melhor quanto menor for o valor de δ :



► Controle de conjugado do eixo

- A potência elétrica entregue pelo gerador é o resultado de uma conversão de potência mecânica fornecida ao seu eixo → conjugado de eixo.
- O conjugado de eixo é controlado pela válvula de controle de fluxo da turbina (água, vapor).
- Variação do conjugado de eixo → variação da potência mecânica → variação da potência elétrica.

■ Equações completas

ANTES

$$P_g^0 = \underbrace{\frac{V_t V_f}{x_s}}_{\text{const.}} \sin \delta^0$$

$$Q_g^0 = \frac{V_t V_f}{x_s} \cos \delta^0 - \frac{V_t^2}{x_s}$$

DEPOIS

$$P_g = P_g^0 + \Delta P_g = \frac{V_t V_f}{x_s} \sin (\delta^0 + \Delta \delta)$$

→ P_g **varia** → δ **varia**

$$Q_g = Q_g^0 + \Delta Q_g = \frac{V_t V_f}{x_s} \cos (\delta^0 + \Delta \delta) - \frac{V_t^2}{x_s}$$

→ P_g **varia** → δ **varia** → Q_g **varia**

Equações simplificadas

ANTES

$$P_g^0 = \frac{V_t V_f}{x_s} \delta^0$$

$$Q_g^0 = \frac{V_t V_f}{x_s} - \frac{V_t^2}{x_s}$$

DEPOIS

$$P_g = P_g^0 + \Delta P_g = \frac{V_t V_f}{x_s} (\delta^0 + \Delta \delta)$$

→ P_g **varia** → δ **varia**

$$Q_g = Q_g^0 + \Delta Q_g = \frac{V_t V_f}{x_s} - \frac{V_t^2}{x_s} \rightarrow \Delta Q_g = 0$$

→ P_g **varia** → δ **varia** → Q_g **não varia!**

■ Conclusão sobre as relações de sensibilidade dos controles e potências:

conjugado / potência ativa → sensibilidade forte

conjugado / potência reativa → sensibilidade fraca

► Controle da excitação de campo

- A potência reativa do gerador é:

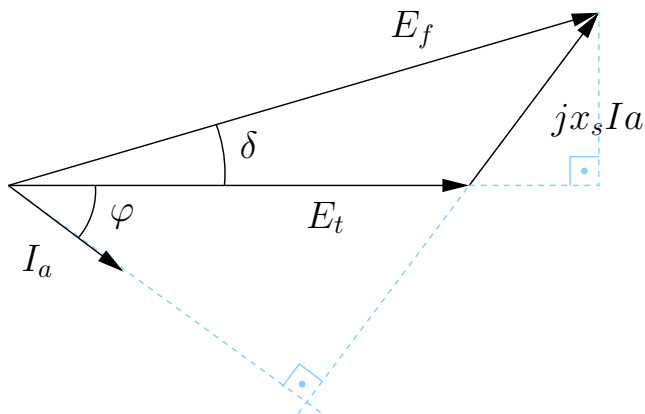
$$\begin{aligned} Q_g &= \frac{V_t V_f}{x_s} \cos \delta - \frac{V_t^2}{x_s} \\ &= \frac{V_t}{x_s} \underbrace{(V_f \cos \delta - V_t)}_{(*)} \end{aligned}$$

(*) termo pode ser > 0 ou < 0

- Equação para o gerador síncrono de pólos lisos:

$$E_f = E_t + jx_s I_a \quad (r_a \text{ desprezado})$$

- Para carga indutiva tem-se:

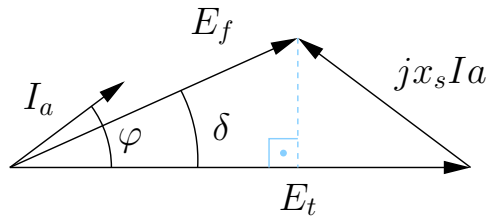


$V_f \cos \delta \rightarrow$ **projeção de E_f sobre o eixo de E_t**

$V_f \cos \delta > V_t \rightarrow V_f \cos \delta - V_t > 0 \rightarrow Q_g > 0 \rightarrow$ **máquina fornece potência reativa para a rede**

V_f **grande** $\rightarrow I_f$ **grande** $\rightarrow$ **máquina sobreexcitada**

■ **Para carga capacitiva tem-se:**

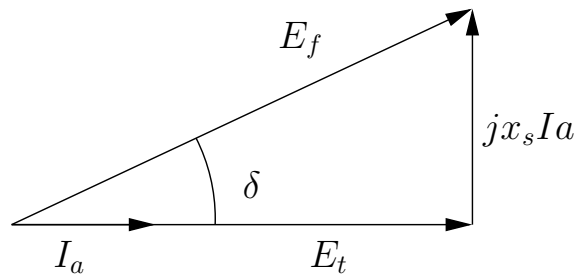


V_t e I_a **mantidos constantes (iguais ao caso anterior)**

$V_f \cos \delta < V_t \rightarrow V_f \cos \delta - V_t < 0 \rightarrow Q_g < 0 \rightarrow$ **máquina consome potência reativa da rede**

V_f **pequeno** $\rightarrow I_f$ **pequeno** $\rightarrow$ **máquina subexcitada**

■ **Para carga resistiva tem-se:**



$V_f \cos \delta = V_t \rightarrow V_f \cos \delta - V_t = 0 \rightarrow Q_g = 0 \rightarrow$ **máquina opera com fator de potência unitário**

■ **Controle de excitação de campo:** I_f **varia** $\rightarrow V_f$ **varia.**



Equações completas

ANTES

$$P_g^0 = \frac{V_t V_f^0}{x_s} \sin \delta^0$$

$$Q_g^0 = \frac{V_t V_f^0}{x_s} \cos \delta^0 - \frac{V_t^2}{x_s}$$

DEPOIS

$$P_g^0 = \frac{V_t (V_f^0 + \Delta V_f)}{x_s} \sin (\delta^0 + \Delta \delta)$$

→ **como não se alterou o conjugado** → P_g **constante**

→ V_f **varia** → δ **varia** → P_g **constante**

$$Q_g = Q_g^0 + \Delta Q_g = \frac{V_t (V_f^0 + \Delta V_f)}{x_s} \cos (\delta^0 + \Delta \delta) - \frac{V_t^2}{x_s}$$

→ V_f **varia** → δ **varia** → Q_g **varia**

■ Conclusão sobre as relações de sensibilidade dos controles e potências:

excitação de campo / potência ativa → sensibilidade nula

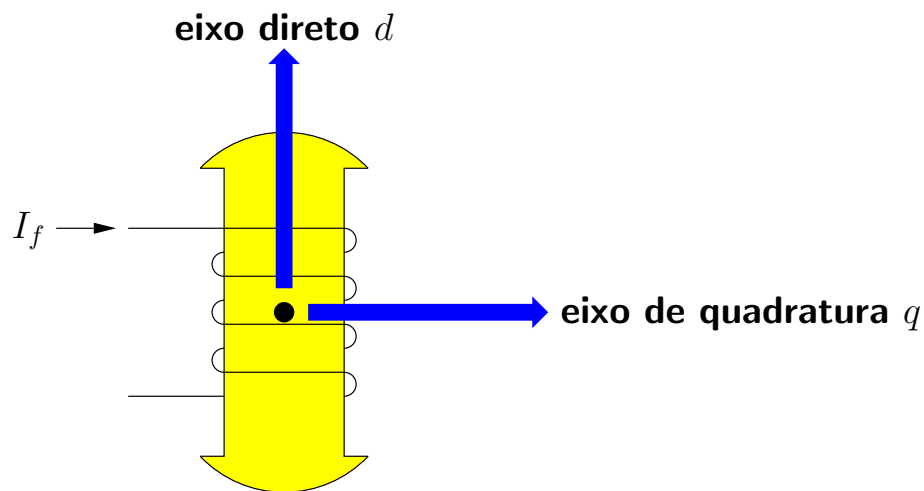
excitação de campo / potência reativa → sensibilidade forte

► Exercício proposto na lista ilustra as sensibilidades.

3.3 Modelo da máquina síncrona de pólos salientes

3.3.1 Diagrama fasorial

- ▶ Efeito da saliência dos pólos $\rightarrow$ relutâncias diferentes devido a variações de entreferro.
- ▶ O modelo da máquina é obtido através da decomposição nos eixos direto d e quadratura q .



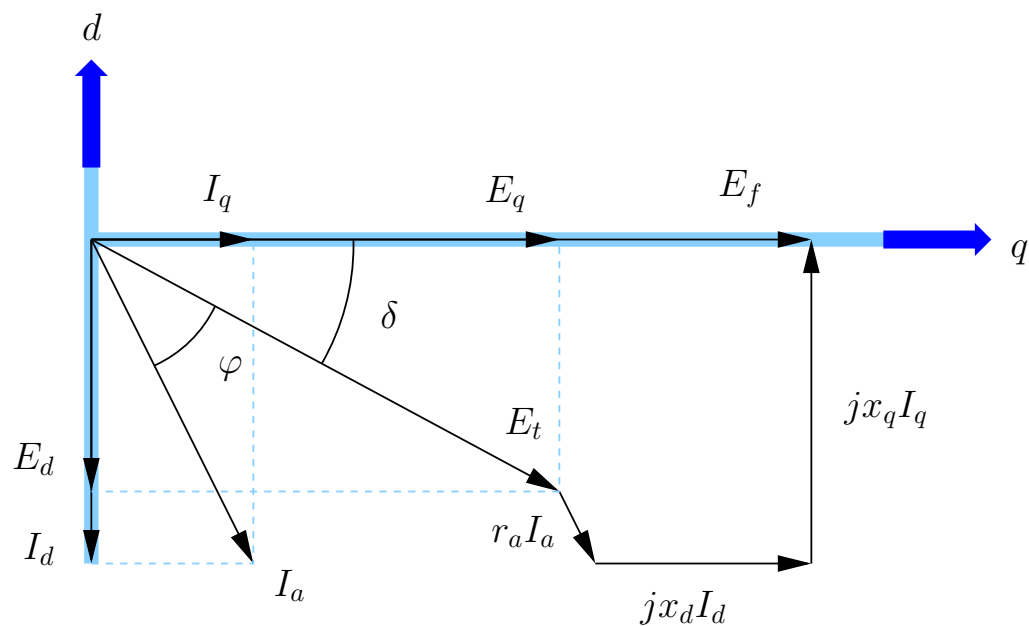
- ▶ O efeito da saliência pode ser representado pela decomposição da corrente de armadura I_a em duas componentes nos eixos direto (I_d) e de quadratura (I_q).
- ▶ Como as relutâncias nos eixos d e q são diferentes $\rightarrow$ define-se reatâncias diferentes x_d e x_q para cada eixo.

Relutância do eixo de quadratura $>$ relutância do eixo direto $\rightarrow x_q < x_d$.

► Equação básica:

$$E_f = E_t + r_a I_a + jx_d I_d + jx_q I_q$$

► Diagrama fasorial:



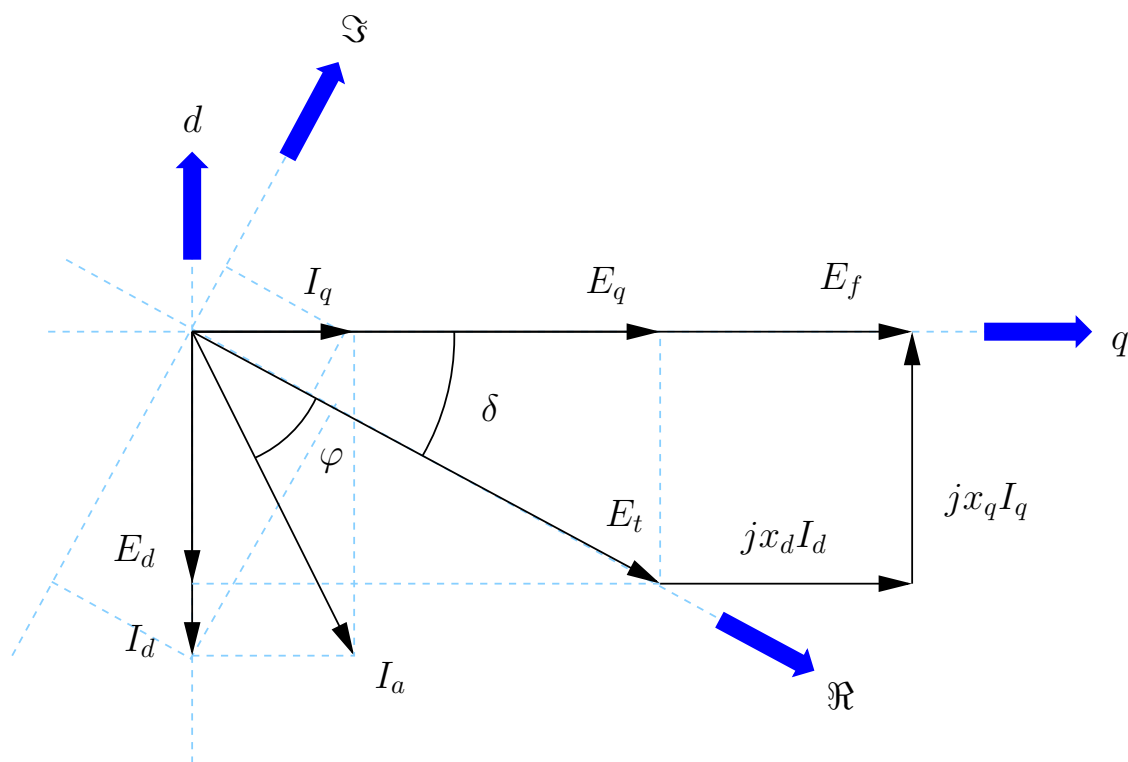
► Não é possível obter um circuito elétrico equivalente para a máquina de pólos salientes.

► Alguns valores típicos de reatâncias:

Local	Tipo	x_d [pu]	x_q [pu]	
Ilha Solteira	Hidro	0,88	0,69	
Henry Borden	Hidro	1,27	0,76	→ Cubatão
Santo Ângelo	Cond. Síncr.	1,30	0,90	→ perto de São Paulo
Santa Cruz	Turbo	1,86	1,86	→ pólos lisos

3.3.2 Característica potência-ângulo

► Considere novamente o diagrama fasorial da máquina de pólos salientes, agora desprezando as perdas ôhmicas (r_a):



- Agora aparecem também os eixos real ($\Re$) e imaginário ($\Im$), considerando a tensão terminal E_t como referência angular. Logo:

$$\begin{aligned}E_t &= V_t \angle 0^\circ \\E_f &= E_f \angle \delta \\I_a &= I_a \angle -\varphi\end{aligned}$$

- Em termos fasoriais:

$$I_a = I_d + I_q$$

Logo:

$$\Re\{I_a\} = \Re\{I_d\} + \Re\{I_q\}$$

ou seja, trabalha-se aqui com as projeções das correntes no eixo real. De acordo com o diagrama:

$$I_a \cos \varphi = I_d \sin \delta + I_q \cos \delta \quad (2)$$

- Desprezando a resistência r_a tem-se:

$$\begin{aligned}V_t \sin \delta &= x_q I_q \\V_f - V_t \cos \delta &= x_d I_d\end{aligned}$$

ou:

$$\begin{aligned}I_q &= \frac{V_t}{x_q} \sin \delta \\I_d &= \frac{V_f}{x_d} - \frac{V_t}{x_d} \cos \delta\end{aligned}$$

- Substituindo as expressões de I_d e I_q na equação das projeções das correntes (2):

$$I_a \cos \varphi = \frac{V_f}{x_d} \sin \delta - \frac{V_t}{x_d} \cos \delta \sin \delta + \frac{V_t}{x_q} \sin \delta \cos \delta \quad (\times V_t)$$

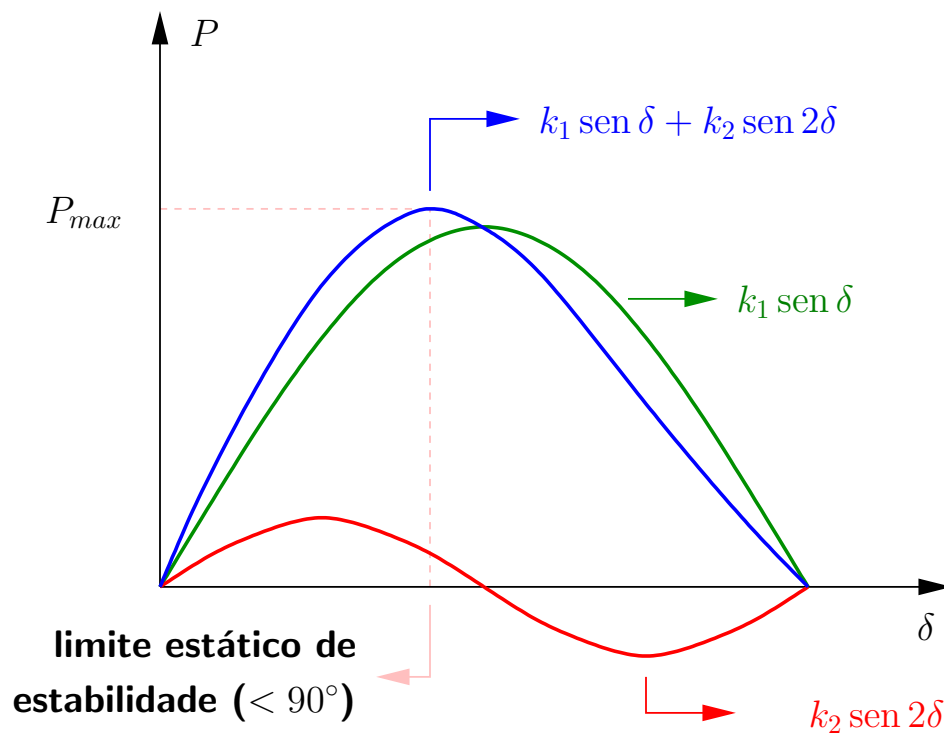
$$\underbrace{V_t I_a \cos \varphi}_P = \frac{V_t V_f}{x_d} \sin \delta - \frac{V_t^2}{x_d} \cos \delta \sin \delta + \frac{V_t^2}{x_q} \sin \delta \cos \delta$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{V_t V_f}{x_d} \sin \delta + V_t^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin \delta \cos \delta \\ &= \frac{V_t V_f}{x_d} \sin \delta + V_t^2 \left(\frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \right) \left(\frac{1}{2} \sin 2\delta \right) \end{aligned}$$

$$P = \underbrace{\frac{V_t V_f}{x_d} \sin \delta}_{\text{pólos lisos}} + \underbrace{\frac{V_t^2}{2} \left(\frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \right) \sin 2\delta}_{\text{saliência}}$$

Aparece agora um termo adicional na equação da potência, referente ao efeito da saliência dos pólos.

► Curva $[P \times \delta]$ para a máquina de pólos salientes:



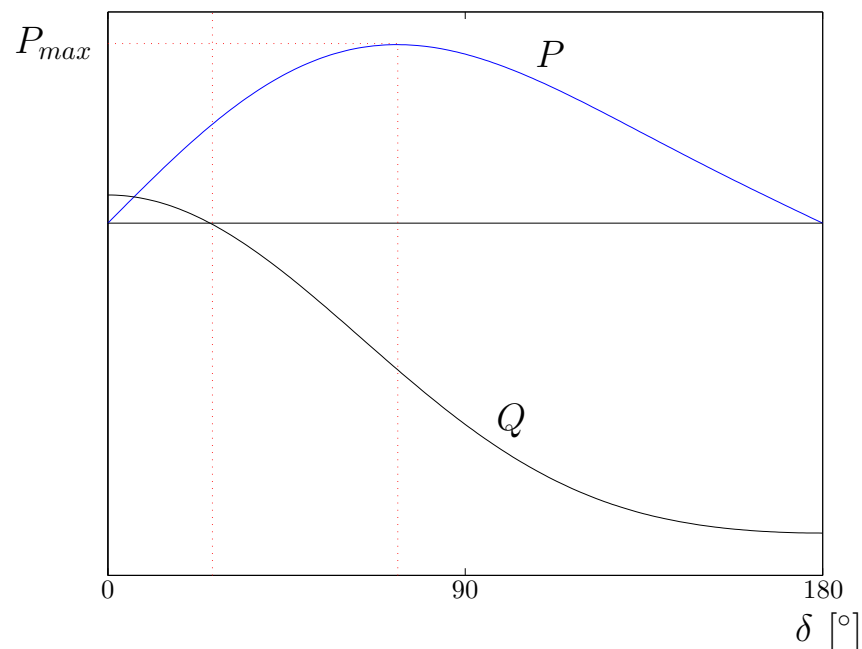
► Através de processo semelhante chega-se a uma expressão para a potência reativa:

$$\begin{aligned}
 I_a \sin \varphi &= I_d \cos \delta - I_q \sin \delta \\
 &= \frac{V_f}{x_d} \cos \delta - \frac{V_t}{x_d} \cos^2 \delta - \frac{V_t}{x_q} \sin^2 \delta \quad (\times V_t) \\
 \underbrace{V_t I_a \sin \varphi}_Q &= \frac{V_t V_f}{x_d} \cos \delta - V_t^2 \left(\frac{\cos^2 \delta}{x_d} + \frac{\sin^2 \delta}{x_q} \right) \\
 Q &= \frac{V_t V_f}{x_d} \cos \delta - V_t^2 \left(\frac{\cos^2 \delta}{x_d} + \frac{\sin^2 \delta}{x_q} \right)
 \end{aligned}$$

■ Exemplo

Obtenha as curvas $[P \times \delta]$ e $[Q \times \delta]$ de um gerador síncrono para: $V_f = 1,2$ pu, $V_t = 1,0$ pu, $x_d = 1,0$ pu e $x_q = 0,7$ pu. A resistência de armadura do gerador é desprezada.

Para essas condições tem-se:



3.4 Valores nominais de uma máquina síncrona

► Tensão terminal – 15 kV

Potência aparente – 100 MVA

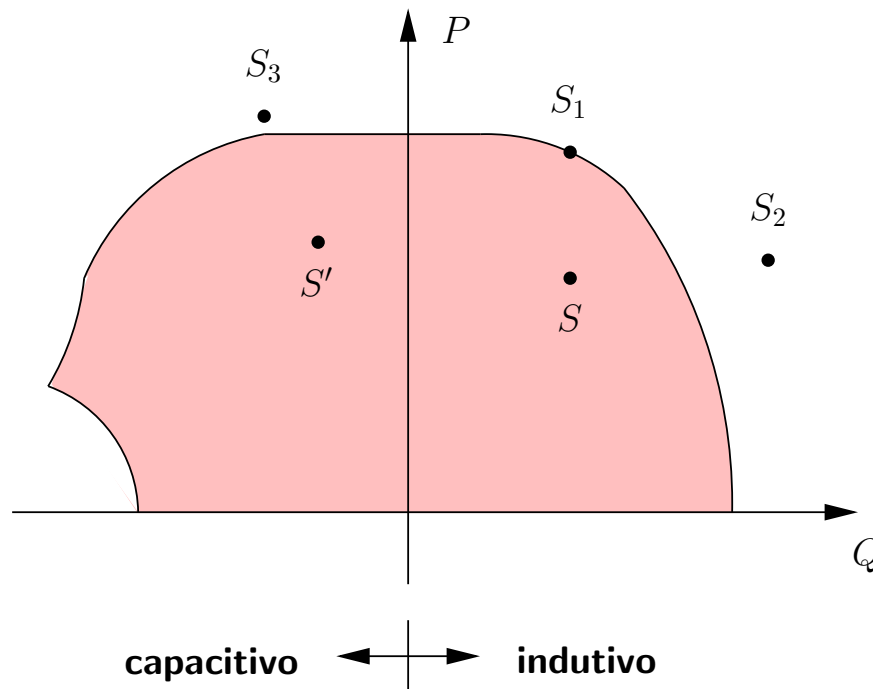
Reatâncias x_d , x_q (pu), na base 100 MVA / 15 kV – 1,5 pu e 1,0 pu

Fator de potência nominal – 95%

3.5 Curvas de capacidade (capability)

3.5.1 Definição

- ▶ É o contorno de uma superfície no plano $[P \times Q]$ dentro do qual o carregamento da máquina síncrona pode ser feito de acordo com as suas limitações de operação em regime contínuo.
- ▶ Curva de capacidade típica:



- Área mais escura – pontos de operação permissíveis.
- A curva é composta por diversos trechos – existem diversos fatores que limitam a operação da máquina.
- S, S' – pontos permitidos – máquina não está plenamente utilizada.

- S_2, S_3 – pontos não satisfatórios – limites violados.

- Tais pontos podem resultar na operação com sobrecarga – em alguns casos pode-se operar com sobrecarga durante um certo intervalo de tempo.
- Alguns desses pontos podem nunca ser atingidos – os limites da máquina são tais que é impossível atingí-los.

- S_1 – ponto permitido – máquina plenamente utilizada.

- ▶ Curvas de capacidade podem ser traçadas para motores e geradores. Atenção será dada aos geradores.

- ▶ Cada gerador possui uma família de curvas de capacidade, para diferentes tensões terminais de operação.

- A tensão terminal varia pouco, em torno do valor nominal.

- Típico: 3 curvas, para 0,95, 1, 1,05 pu.

3.5.2 Fatores que limitam a capacidade de um gerador

- ▶ Fatores gerais:

- Perdas de potência no ferro.

- Perdas de potência no cobre.

► Fatores específicos:

■ tensão terminal (V_t)

→ V_t aumenta → fluxo no ferro aumenta → perdas no ferro aumentam.

→ V_t é usado como parâmetro → família de curvas

■ corrente de armadura (I_a)

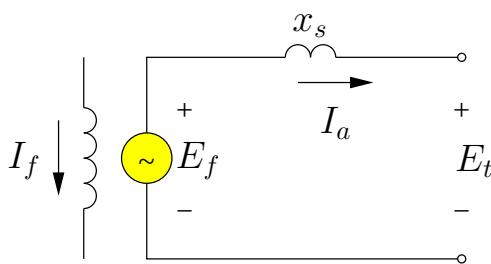
→ I_a aumenta → $r_a I_a^2$ aumenta → perdas cobre no estator aumentam.

→ há um I_a^{max} → dado indiretamente pela potência aparente máxima.

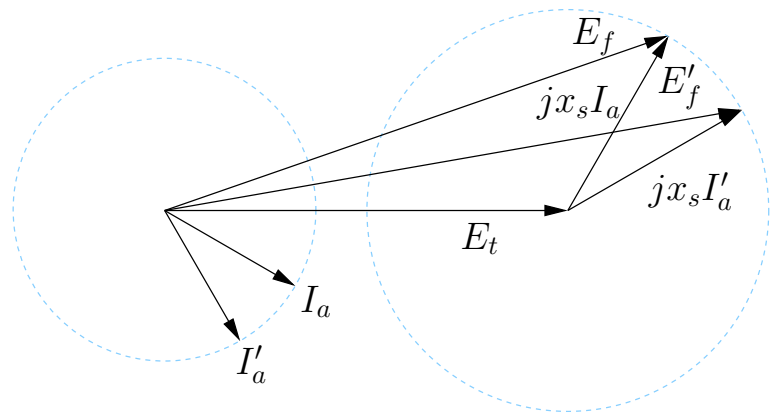
■ corrente de campo (I_f)

→ I_f cria E_f (força eletromotriz induzida)

→ para uma tensão terminal constante → quanto mais indutiva for a carga maior deve ser E_f e, portanto, maior o I_f (para que se tenha maior fluxo):



$$E_f = E_t + jx_s I_a$$



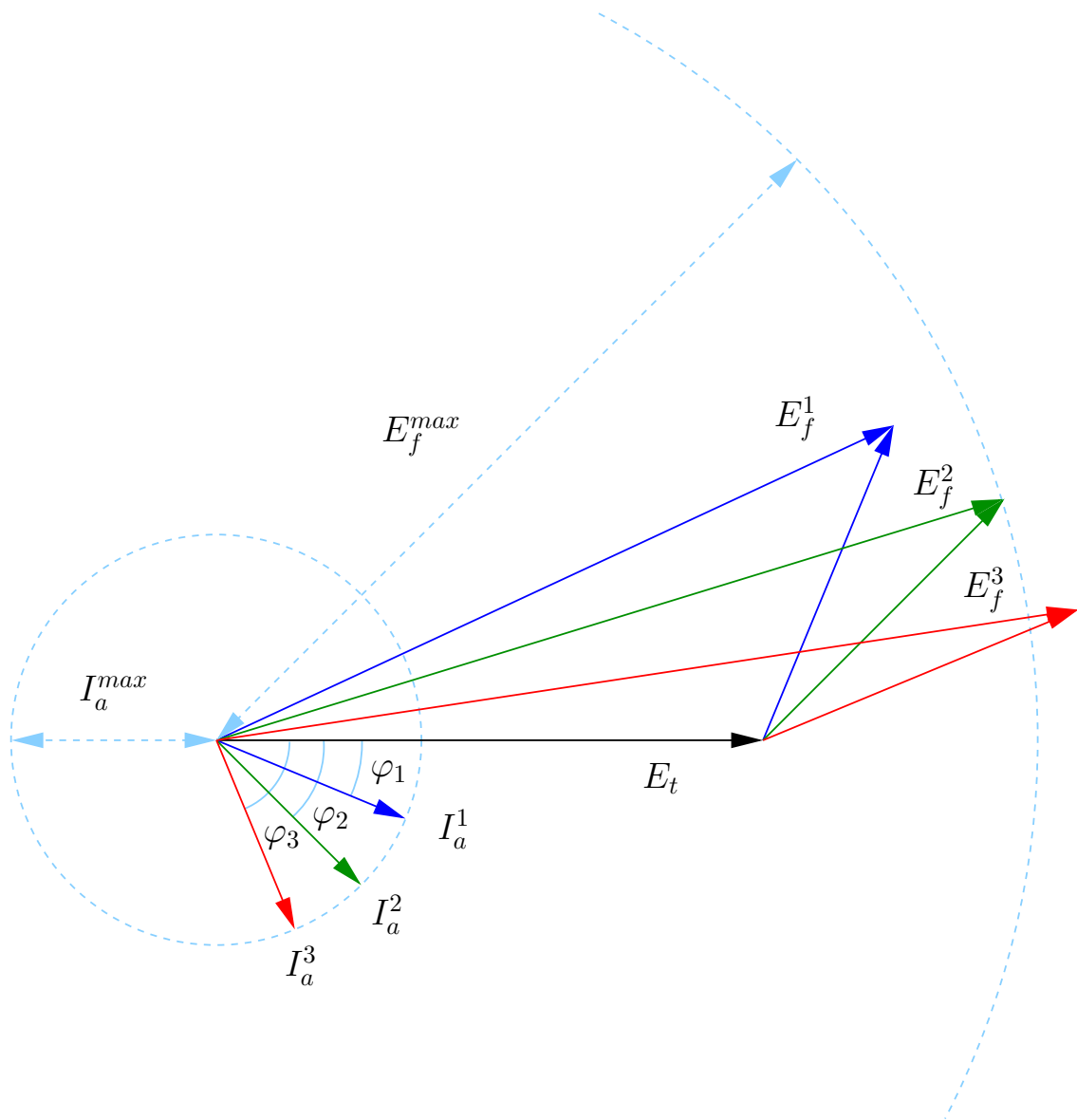
$$E'_f > E_f$$

→ limitação das perdas no cobre do campo → limitação de I_f .

→ considere a seguinte situação: V_t fixo, a carga é tal que I_a é o máximo permitido (perdas cobre na armadura).

→ como existe um I_f máximo, também existe um E_f máximo, E_f^{max} .

→ o ângulo ϕ de defasagem entre V_t e I_a^{max} pode ser no máximo tal que a queda em x_a , $jx_a I_a^{max}$, caia sobre o lugar geométrico de E_f^{max} :



→ nota-se na figura que para φ_1 , E_f^1 cai dentro do lugar geométrico e para φ_2 E_f^2 cai sobre o lugar geométrico.

→ φ_3 não é um ângulo admissível pois E_f^3 cai fora do lugar geométrico.

→ conclusão: existe um fator de potência mínimo (φ máximo) de operação do gerador, para o qual E_f é máximo → $\cos \varphi_2$.

→ se o gerador operar abaixo deste valor de fator de potência → sobreaquecimento do circuito de campo.

■ limite de estabilidade estática

→ curvas $[P \times \delta]$ → valores de P maiores que o máximo não podem ser convertidos → perda de sincronismo.

■ excitação mínima permissível

→ carga fortemente capacitiva → E_f muito baixo → δ aumenta para manter P → pode-se atingir o limite de estabilidade ($\delta = 90^\circ$) e perde-se o controle da máquina.

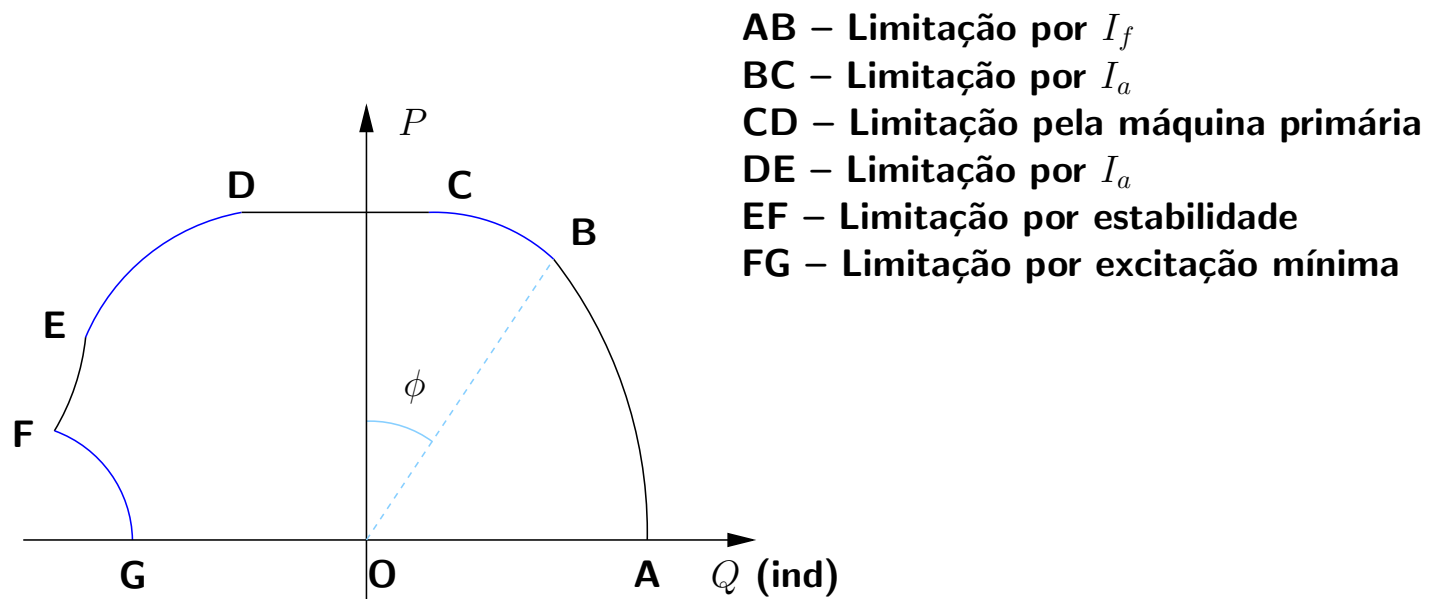
→ existe uma excitação mínima permitida.

■ limite da máquina primária

→ a potência convertida pelo gerador pode ser limitada pela potência mecânica máxima que pode ser fornecida pela máquina primária (turbina hidráulica, a vapor, gás etc.)

- ▶ Perdas rotacionais (perdas mecânicas nos mancais) → não são diretamente relacionadas com o carregamento da máquina → não afetam a curva de capacidade.

- Levando em consideração todos os fatores obtém-se a curva de capacidade da máquina para um certo V_t :

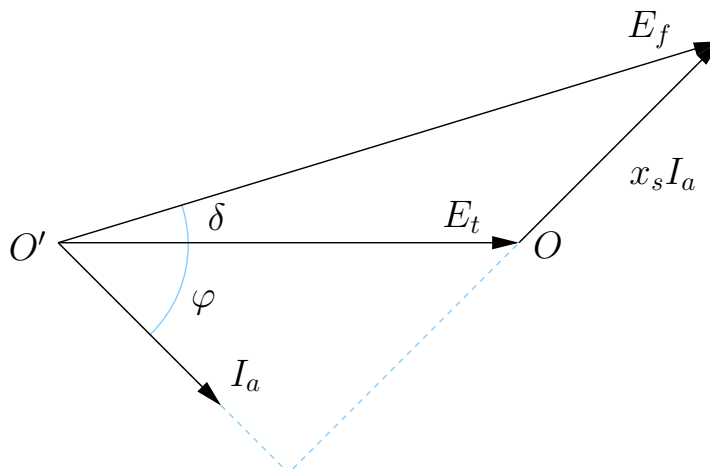


3.5.3 Traçado da curva de capacidade

Máquina de pólos lisos

- Para uma máquina de pólos lisos tem-se a seguinte relação fasorial:

$$E_f = E_t + jx_s I_a$$

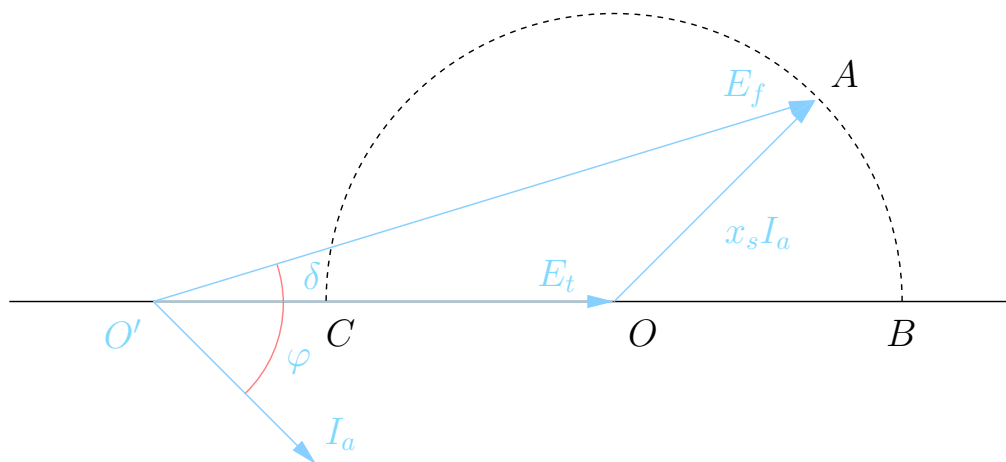


- Considere que E_t é a tensão normal de trabalho e deve ser mantida constante.
- Considere que I_a está no seu valor máximo (limite de perdas cobre na armadura).
- Considere que E_f está no seu valor máximo (limite de perdas cobre no campo).
- Nestas condições a máquina opera com fator de potência nominal.

- Mantendo as condições anteriores, a carga pode variar de puramente indutiva (I_a 90° atrasada em relação a V_t) a puramente capacitiva (I_a 90° adiantada em relação a V_t).

→ $jx_s I_a$ está 90° adiantada em relação a I_a e acompanha a sua variação.

→ O lugar geométrico da extremidade de $jx_s I_a$ é a semi-circunferência BAC (centro em O):

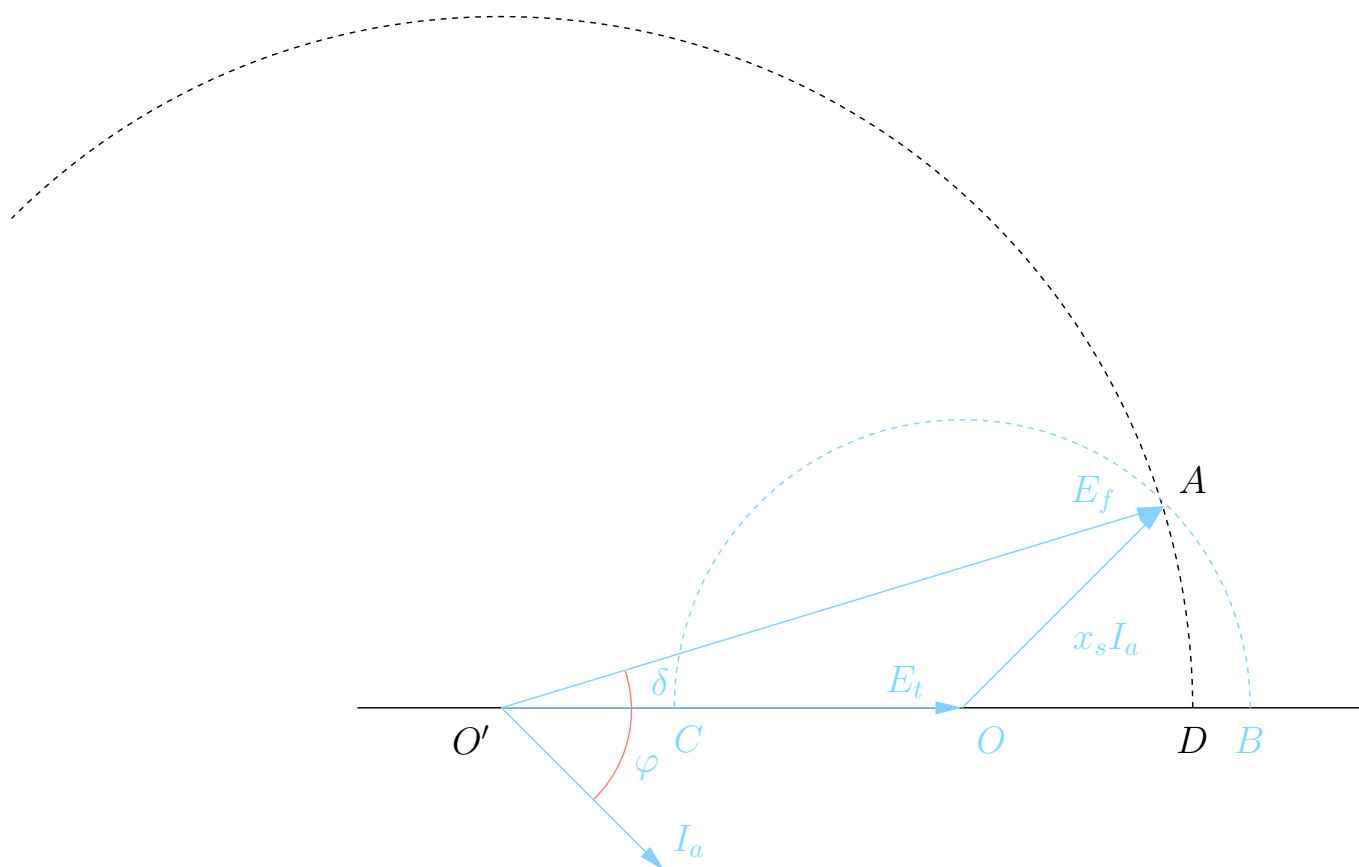


→ pontos externos a BAC não são permitidos (corresponderiam a correntes maiores que a máxima).

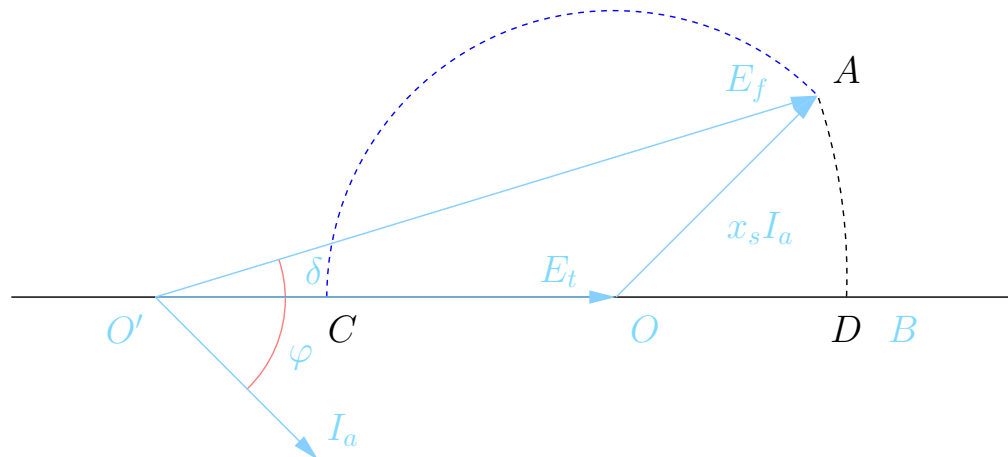
→ pontos sobre BAC (operação limite) e pontos internos a BAC são permitidos.

► A extremidade de E_f se encontra com a extremidade de $jx_s I_a$.

→ como E_f também está no seu valor máximo → o lugar geométrico de sua extremidade está sobre a circunferência $DA \dots$ (centro em O'):



- A fim de satisfazer ao mesmo tempo as duas limitações (E_f e I_a – dois lugares geométricos) → delimita-se a área de operação permitida pelo contorno DAC :



→ arco DA – limite de campo.

→ arco AC – limite de armadura.

→ DAC → poderia ser considerada a curva de capacidade da máquina.

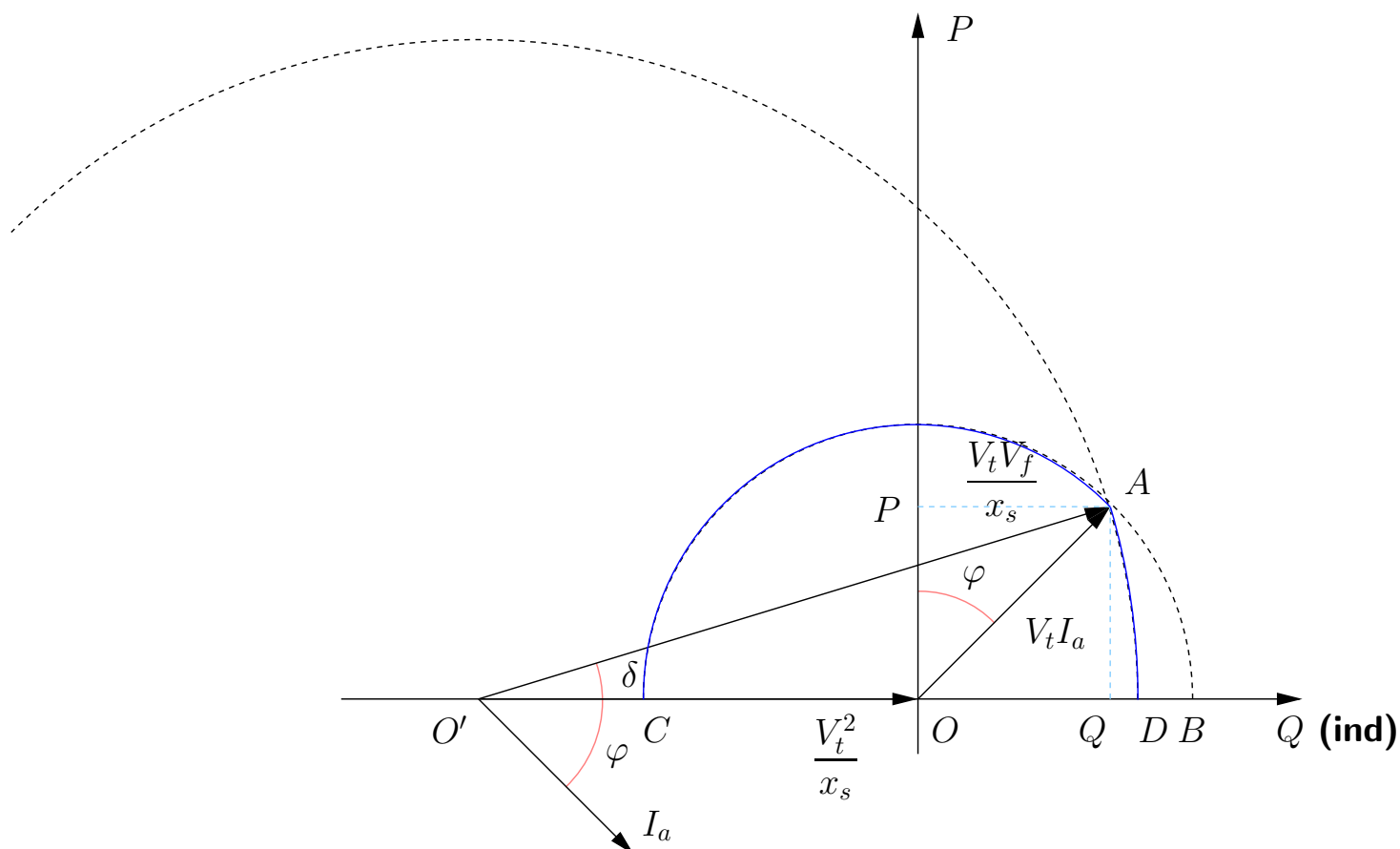
→ deve-se transformá-la em uma curva no plano $[P \times Q]$ e acrescentar outros limites.

- Retomando a relação fasorial de tensões:

$$E_f = E_t + jx_s I_a \quad \left(\times \frac{V_t}{x_s} \right)$$

$$\frac{V_t E_f}{x_s} = \frac{V_t E_t}{x_s} + j I_a V_t$$

► Redesenhando o diagrama fasorial tem-se:



→ o eixo vertical de P é colocado com origem no ponto O .

→ o fasor $jI_a V_t$ (segmento OA) tem módulo $V_t I_a$, que é a potência aparente S fornecida pelo gerador.

→ $V_t I_a$ faz um ângulo ϕ com o eixo vertical. As projeções de $V_t I_a$ nos eixos vertical e horizontal são:

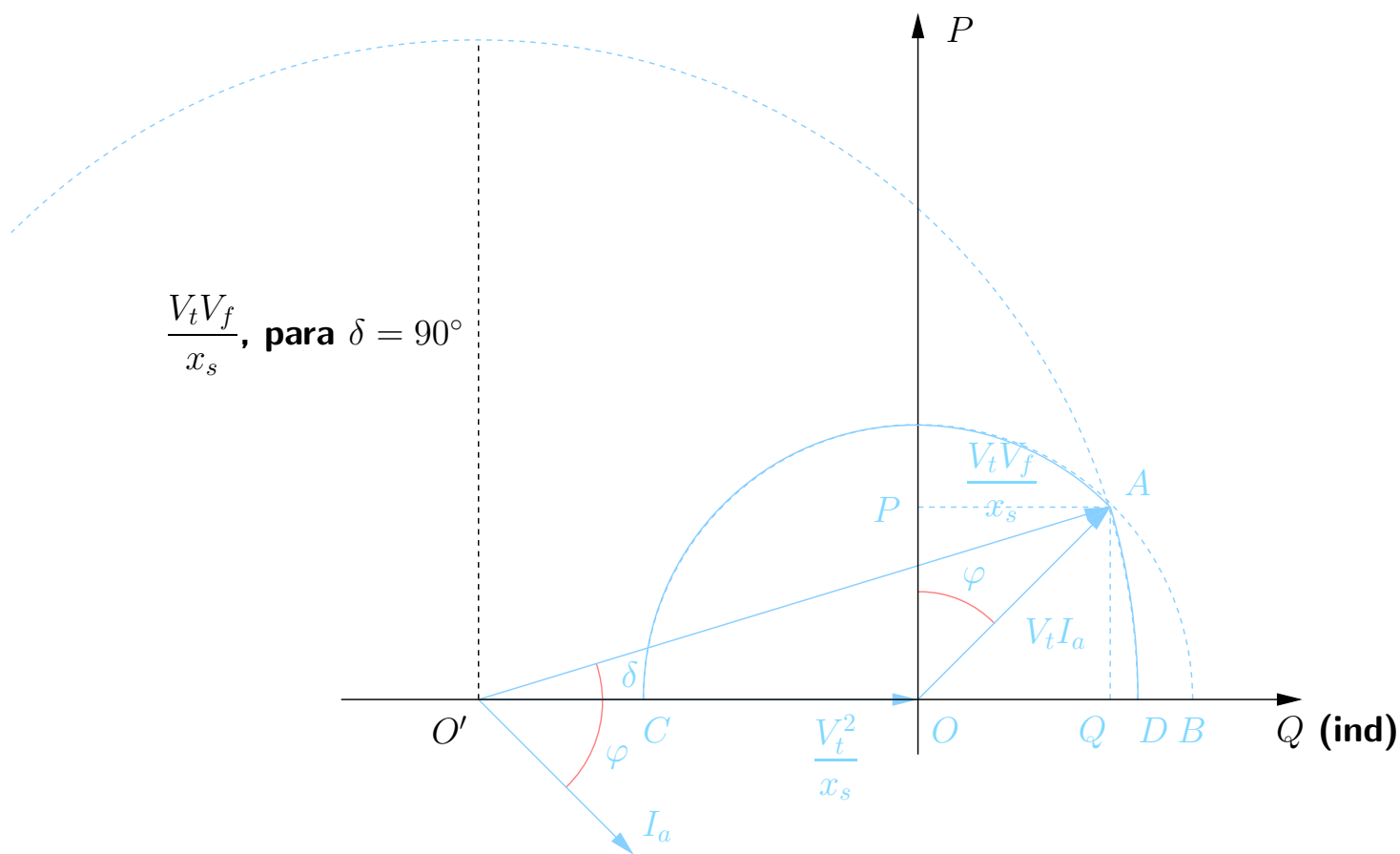
$$\begin{array}{llll} OP & \rightarrow & V_t I_a \cos \varphi & \rightarrow \text{potência ativa} \\ OQ & \rightarrow & V_t I_a \sin \varphi & \rightarrow \text{potência reativa} \end{array}$$

- agora o contorno DAC representa a curva de capacidade do gerador.
- esta curva, em sua forma mais simples, representa somente as limitações devido ao aquecimento dos enrolamentos de campo (DA) e armadura (AC).
- deve-se incluir outros efeitos.

- Incluindo o limite de estabilidade: o limite teórico de estabilidade ocorre para $\delta = 90^\circ$:

$$P^{max} = \frac{V_t V_f}{x_s}$$

em que E_f é perpendicular a E_t :

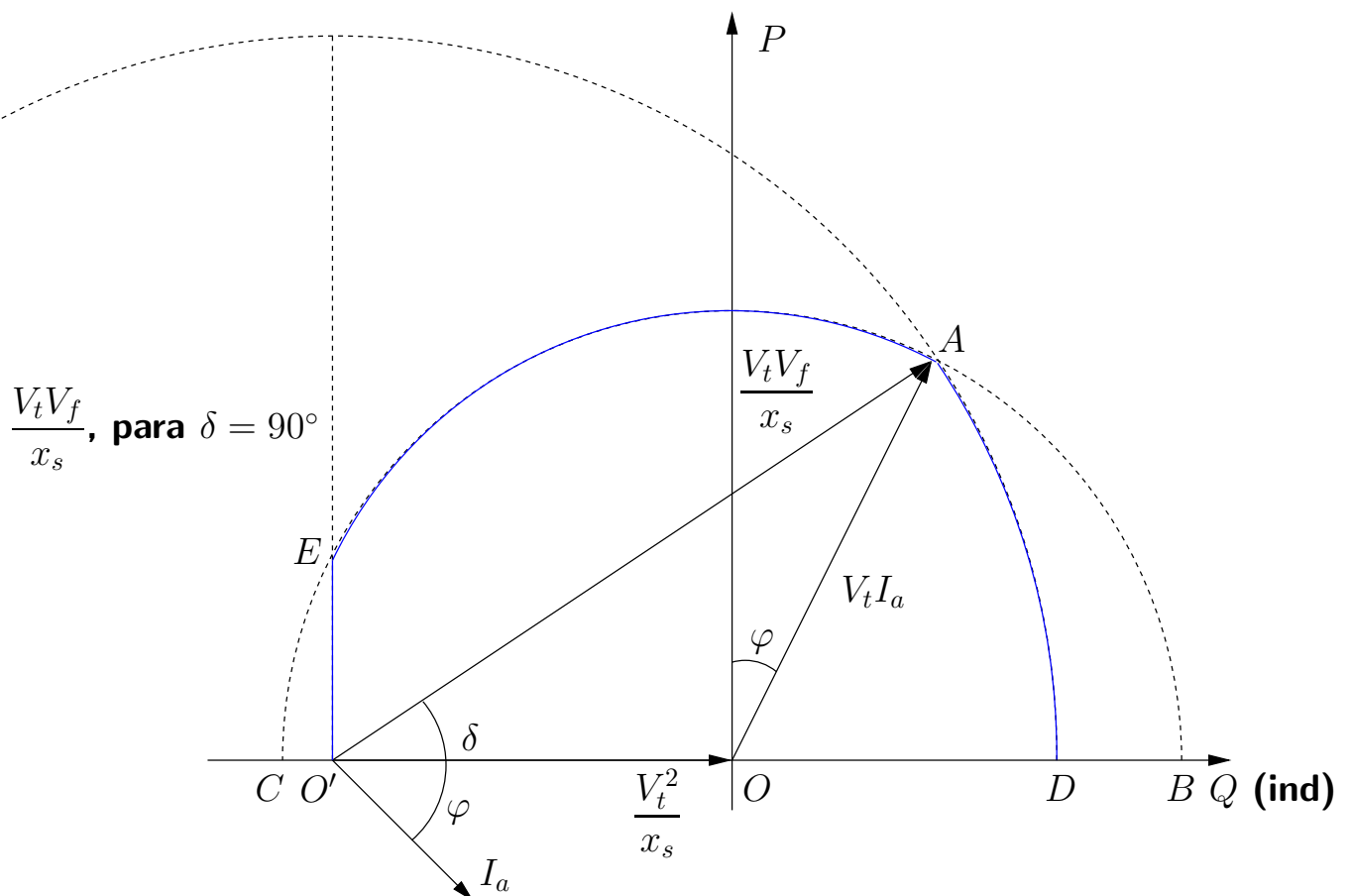


→ linha tracejada vertical partindo de O' → lugar geométrico das potências máximas para diferentes valores de V_f .

→ no caso da máquina exemplo, P^{max} cai fora da região permitida.

→ neste caso, outros fatores limitantes entram em consideração antes que o limite de estabilidade seja atingido → o limite de estabilidade não precisa ser considerado.

→ para um caso geral, deve-se considerá-lo → ponto O' situa-se à direita do ponto C :

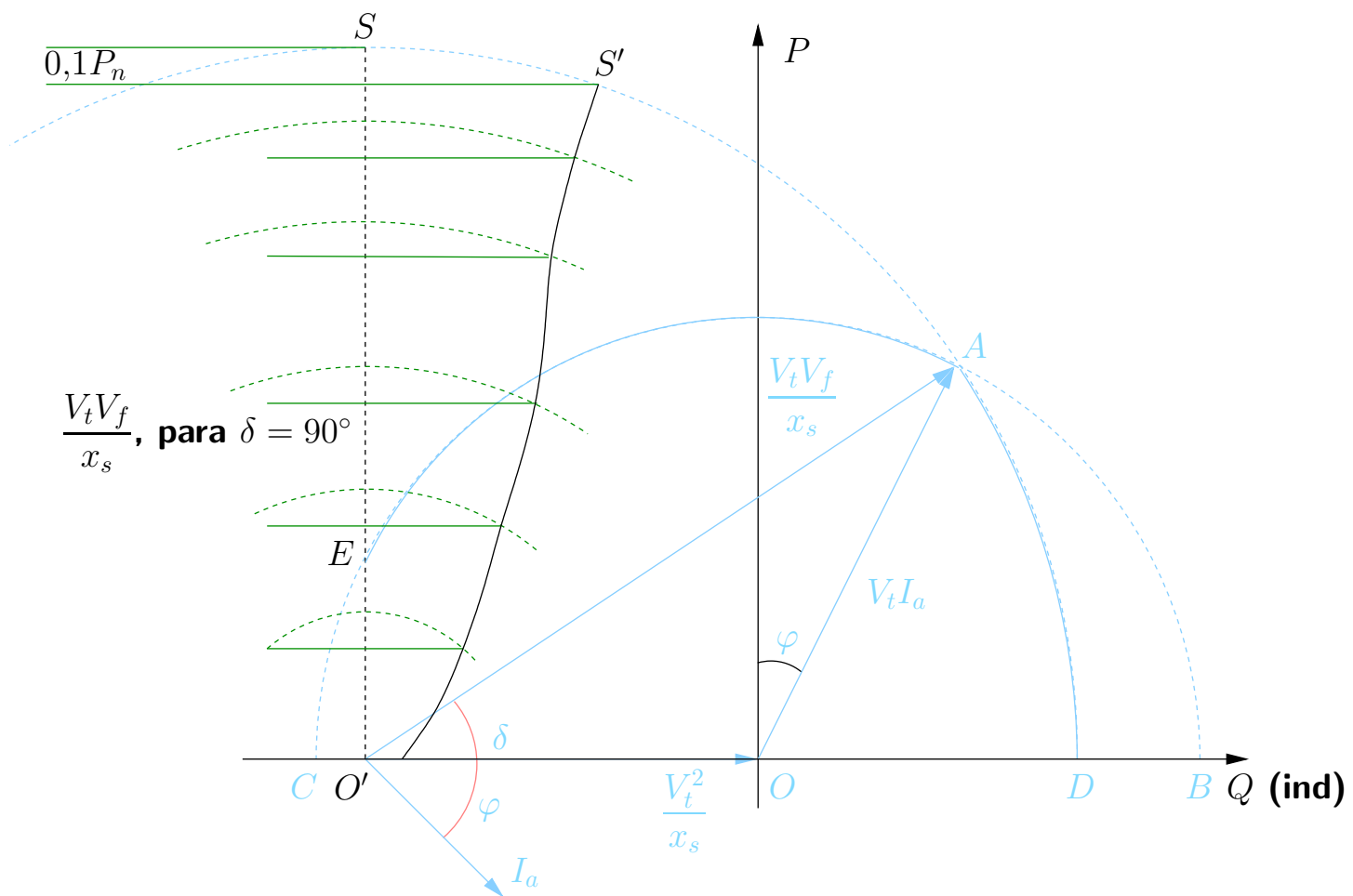


→ para carregamentos com fator de potência capacitivo (I_a adiantado em relação a E_t), pode-se atingir o limite de estabilidade.

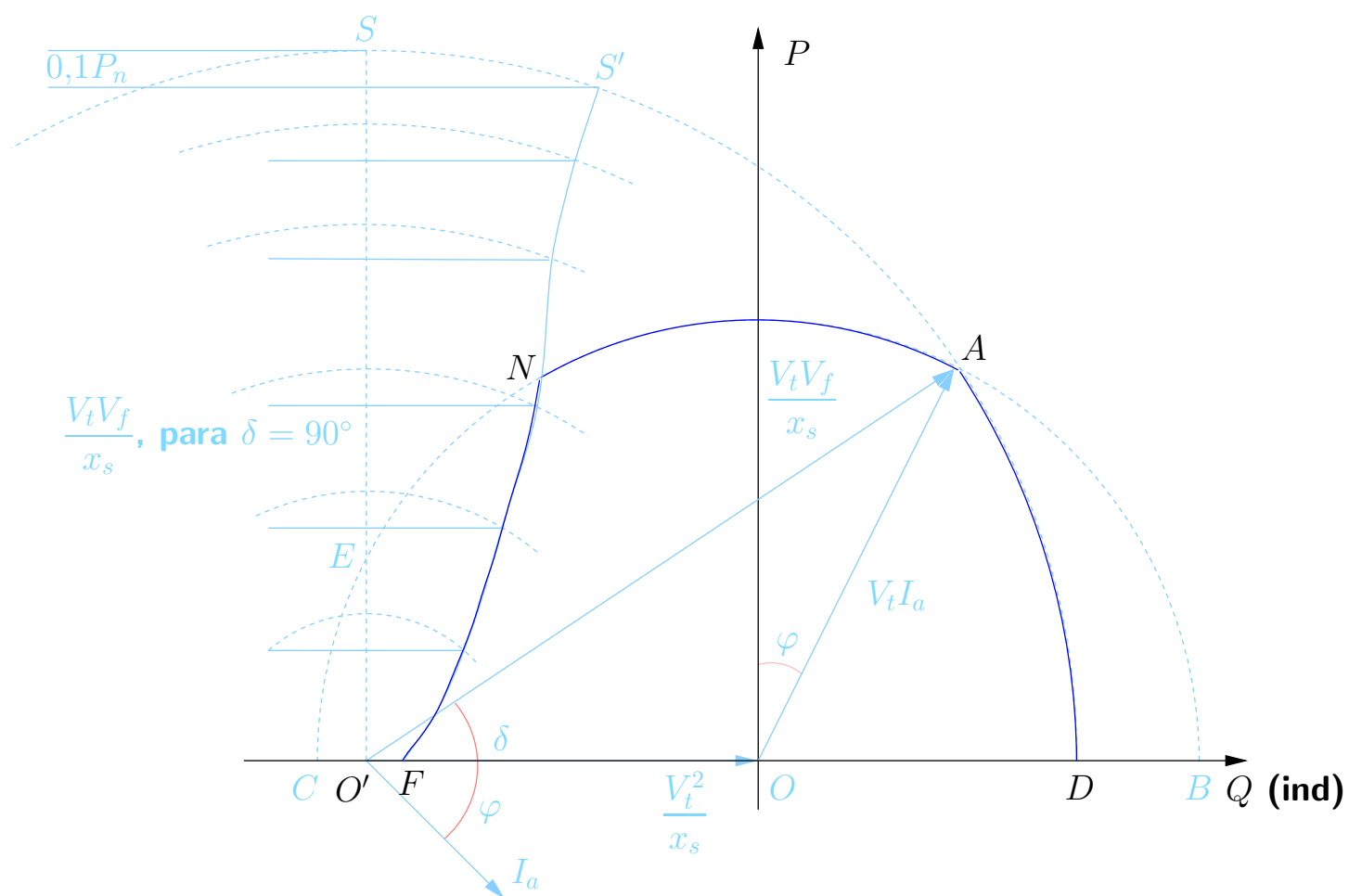
→ segmento EO' substitui o trecho EC na curva de capacidade → pontos à esquerda de EO' resultam em $\delta > 90^\circ$.

→ deve-se trabalhar sempre com uma margem de segurança para evitar que o limite de estabilidade seja atingido → define-se então o limite prático de estabilidade.

→ para cada valor de V_f a nova potência máxima será limitada ao valor resultante da diferença entre a potência máxima teórica para este valor de V_f e 10% da potência nominal da máquina.



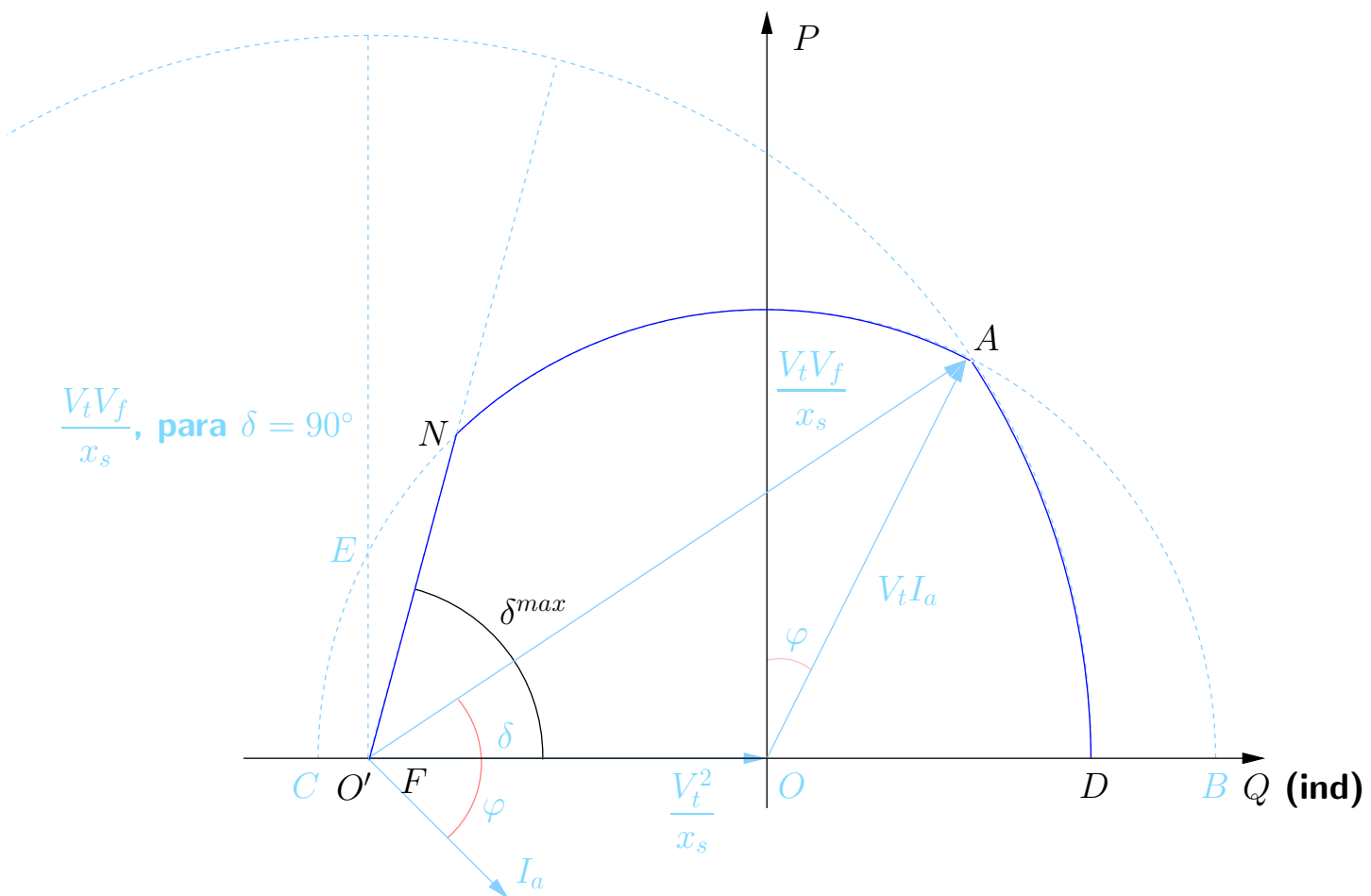
→ e a curva de capacidade fica então:



- É possível também considerar o limite prático de estabilidade através de um ângulo δ^{max} , por exemplo:

$$\delta^{max} = 75^\circ$$

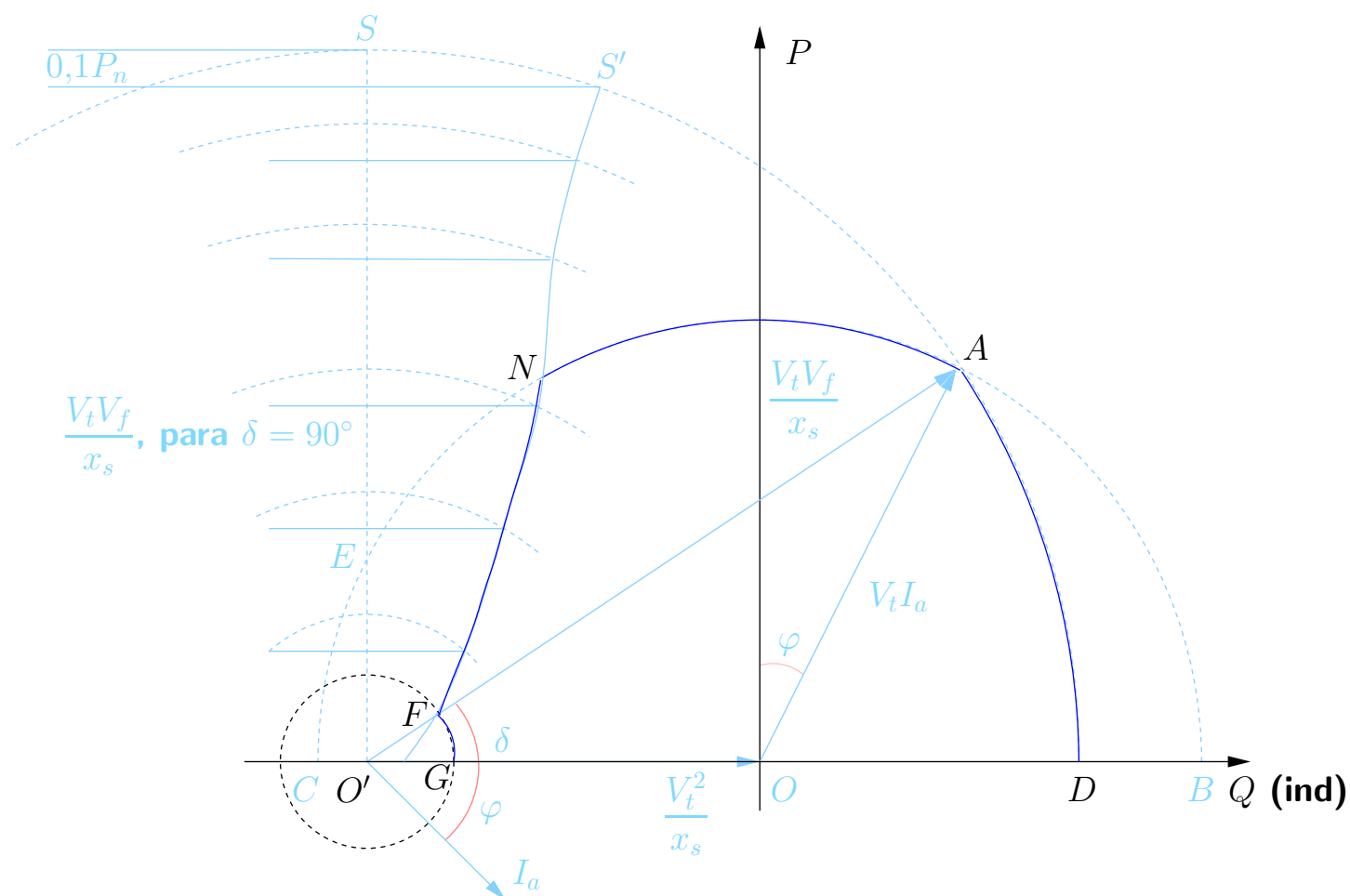
- Neste caso, a inclusão desse limite no diagrama de capacidade é trivial e resulta em:



→ deve também haver um limite inferior de excitação da máquina → o controle fica muito difícil – o limite é:

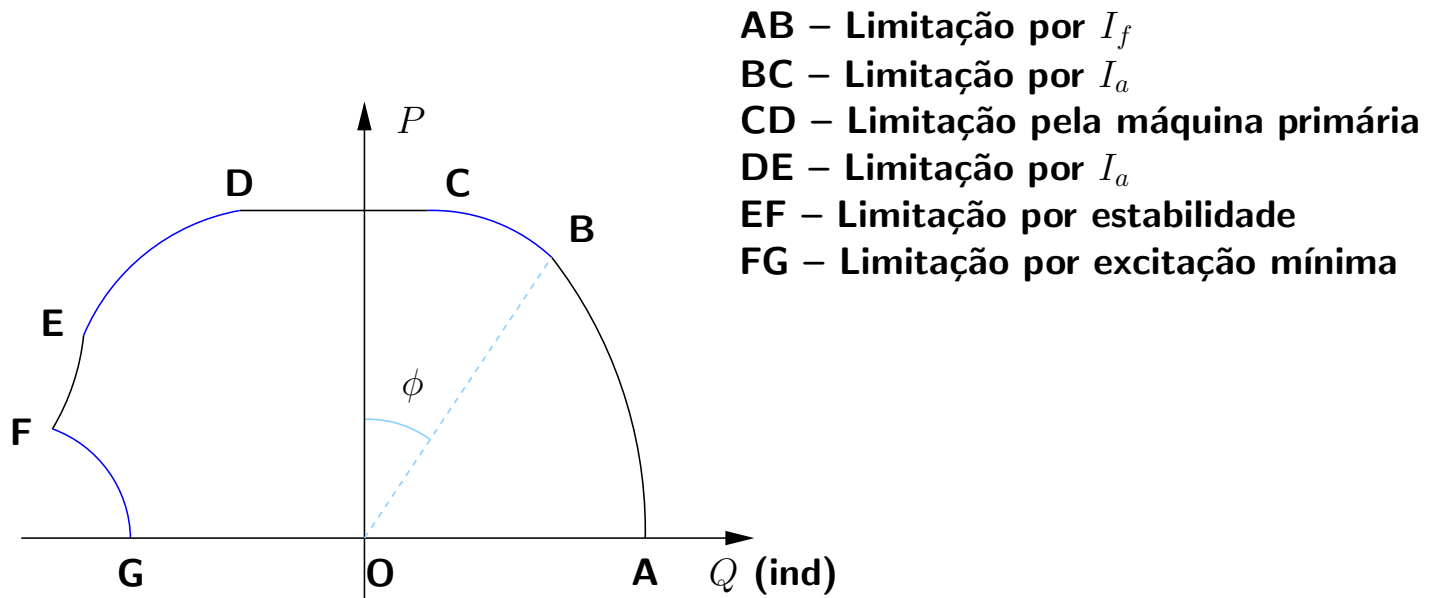
$$P^{min} = \frac{V_t V_f^{min}}{x_s}$$

→ traça-se um círculo de raio P^{min} com centro em O' → determina-se o trecho FG .



→ finalmente, deve-se levar em conta a limitação da máquina primária (turbina) → linha horizontal, correspondente à máxima potência permissível da máquina primária.

► Forma geral da curva de capacidade:



■ Exemplo

Traça o diagrama de capacidade de uma máquina síncrona para as seguintes condições indicadas a seguir.

Potência aparente nominal	S	1,11 pu
Tensão terminal	V_t	1,0 pu
Tensão de campo máxima	V_f^{max}	2,6 pu
Tensão de campo mínima	V_f^{min}	0,3 pu
Reatância síncrona	x_s	1,67 pu
Potência máxima da máquina primária	P_{prim}^{max}	1,0 pu

A corrente nominal da máquina é:

$$I_a = \frac{S}{V_t} = 1,11 \text{ pu}$$

Da equação da máquina síncrona tem-se:

$$\frac{V_t}{x_s} E_f = \frac{V_t}{x_s} E_t + j V_t I_a$$

$$\frac{1,0}{1,67} \cdot 2,6 \angle \delta = \frac{1,0}{1,67} \cdot 1,0 \angle 0^\circ + \underbrace{\angle 90^\circ}_j \cdot 1,0 \cdot 1,11 \angle -\varphi \quad (E_t \text{ é referência angular})$$

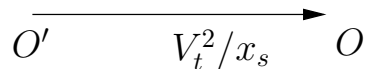
$$1,5569 \angle \delta = 0,5988 \angle 0^\circ + 1,11 \angle (90^\circ - \varphi)$$

→ os 3 termos da equação formam o triângulo que compõem o diagrama fasorial.

→ é possível (mas não necessário) resolver a equação, obtendo $\delta = 33,75^\circ$ e $\varphi = 38,81^\circ$.

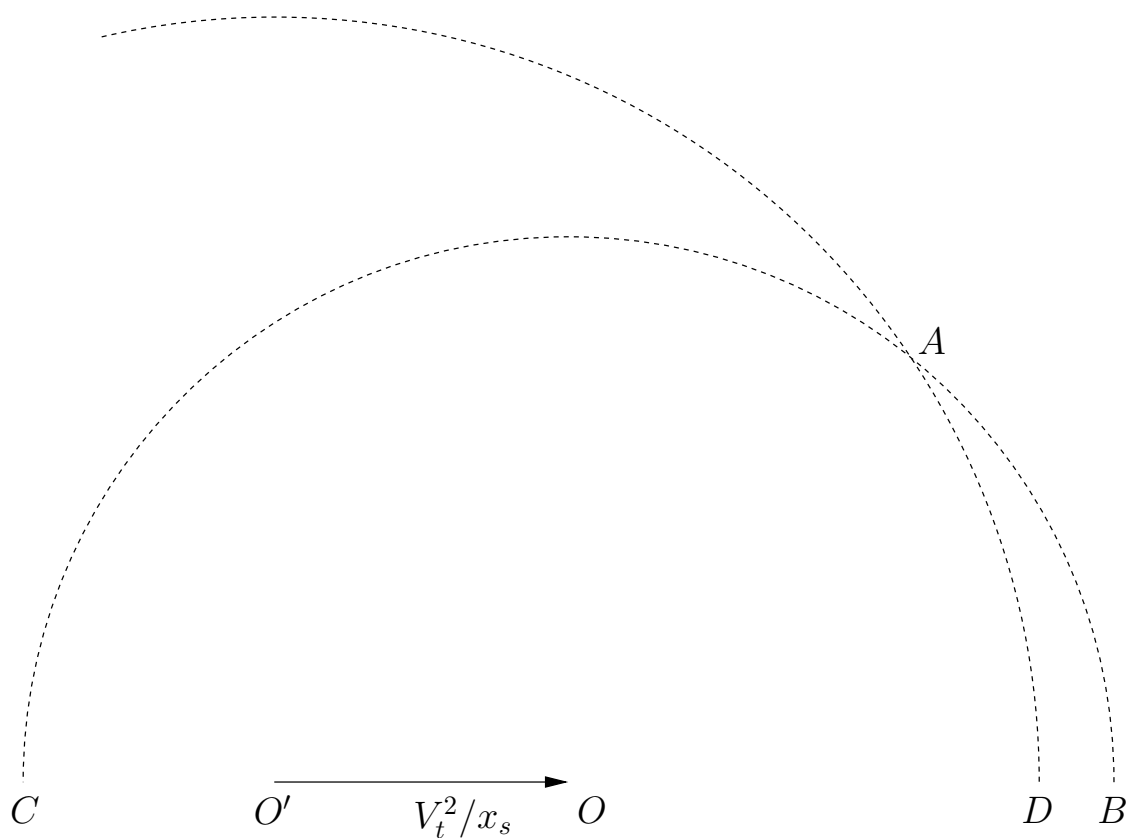
Seqüência para o traçado do diagrama de capacidade:

(1) Traçar $0,5988 \angle 0^\circ$, que corresponde a $V_t^2/x_s \rightarrow O'O$.



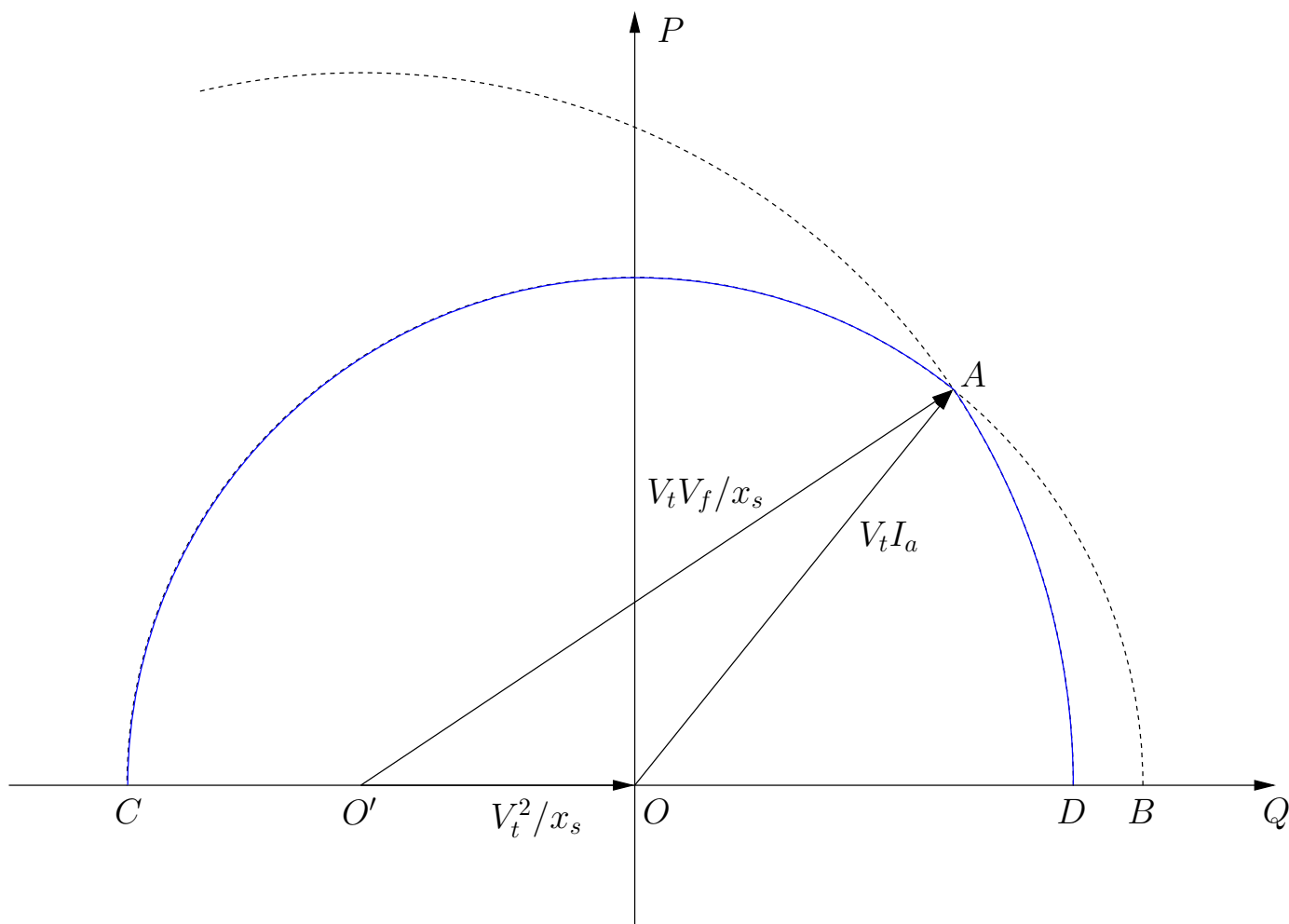
(2) Com centro em O' , traçar círculo com raio 1,5569, que corresponde a $V_t V_f^{max} / x_s$ (limitação de campo, lugar geométrico de V_f^{max}) $\rightarrow D \dots$.

Com centro em O , traçar círculo com raio 1,11, que corresponde a $V_t I_a$ (limitação de armadura, lugar geométrico de I_a^{max}) $\rightarrow BAC$.

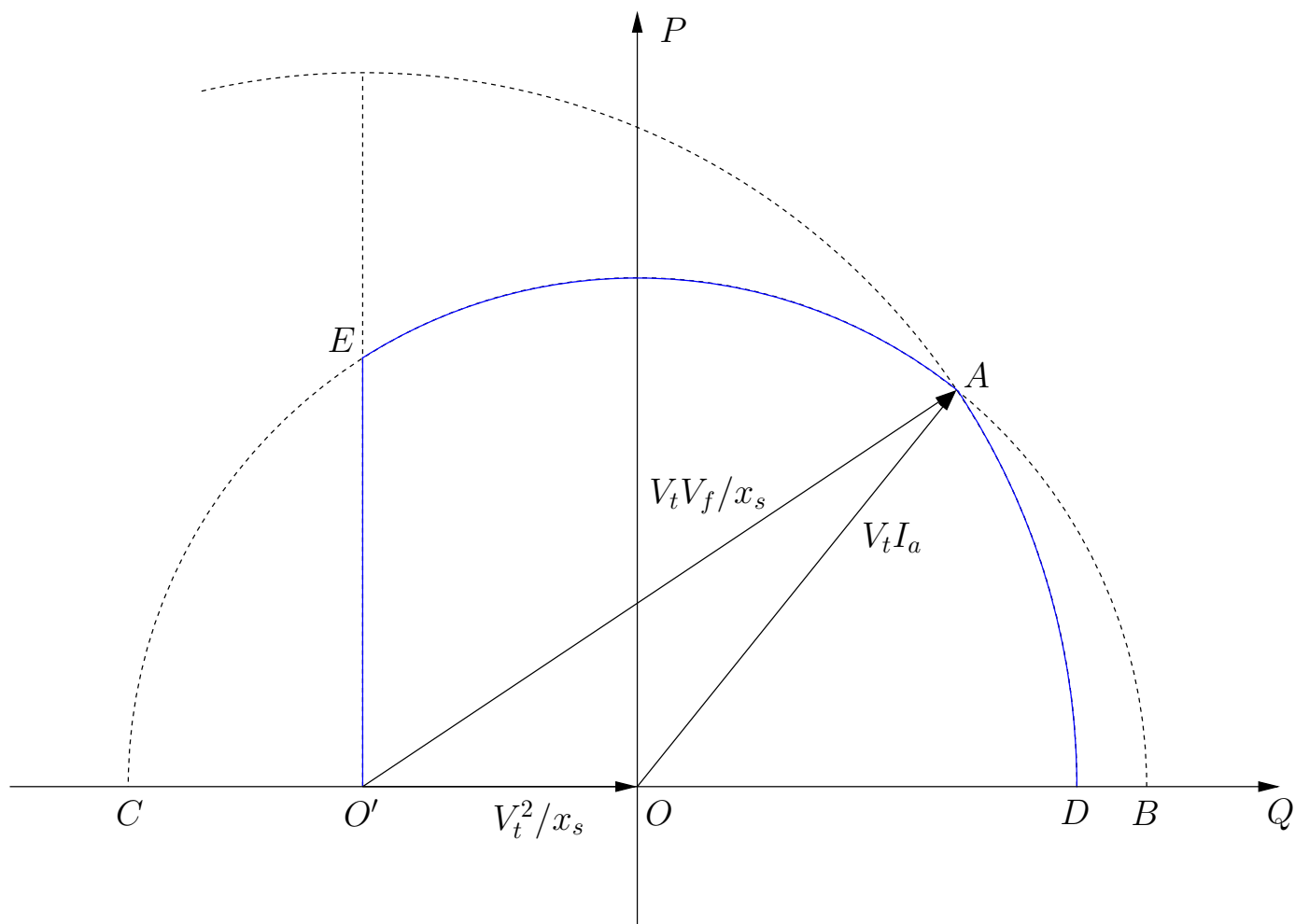


(3) Traçar os eixos P e Q .

Os círculos traçados no passo **(2)** correspondem aos lugares geométricos para V_f^{max} (perdas ferro) e I_a^{max} (perdas cobre), e já definem o diagrama de capacidade básico para a máquina DAC .



- (4) Traçar linha paralela ao eixo P passando por $O' \rightarrow$ linha tracejada $O'E$ corresponde a $\delta = 90^\circ \rightarrow$ limite de estabilidade estática $\rightarrow$ diagrama de capacidade agora é $DAEO'$.



- (5)** O ângulo φ foi obtido anteriormente. Ele também pode ser obtido a partir do próprio diagrama de capacidade, como sendo o ângulo entre o eixo P e a linha OA , que corresponde à potência aparente $V_t I_a$.

Desta forma, a potência ativa nominal da máquina é calculada por:

$$P_n = V_t I_a \cos \varphi = S \cdot \cos \varphi = 1,11 \cdot \cos 38,81^\circ = 0,8650 \text{ pu}$$

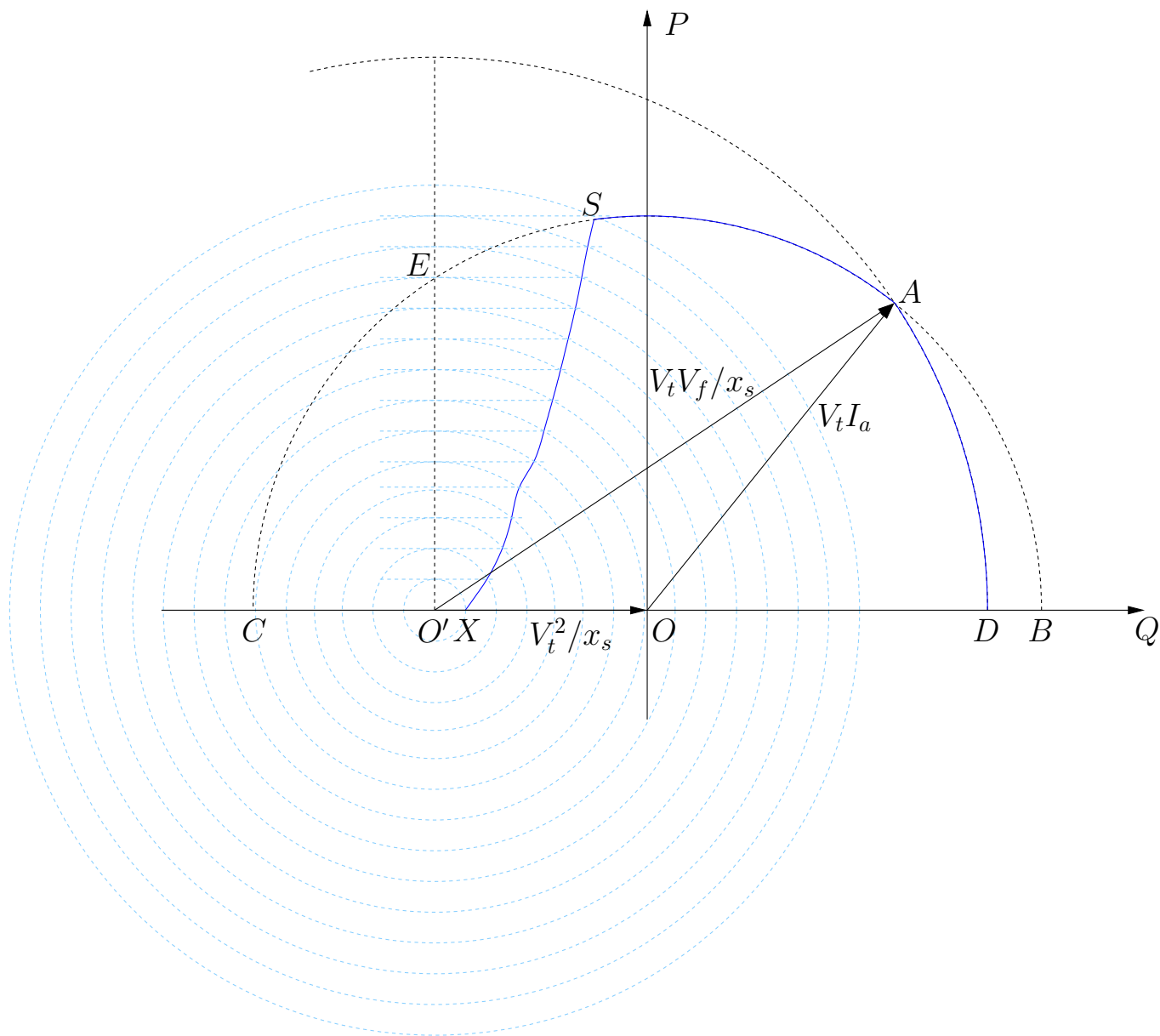
10% deste valor, ou seja, 0,0865 pu deve ser descontado para a obtenção da curva prática do limite de estabilidade.

Para cada valor de V_f , traçar um círculo com centro em O' e raio $V_t V_f / x_s$.

A partir do cruzamento do círculo com a linha $O'E$, desconta $0,1 \cdot P_n = 0,0865 \text{ pu} \rightarrow$ traçar linha horizontal.

A intersecção do círculo com a linha horizontal define o ponto prático de limite de estabilidade da máquina para o valor escolhido de V_f .

O novo diagrama de capacidade é $DASX$.

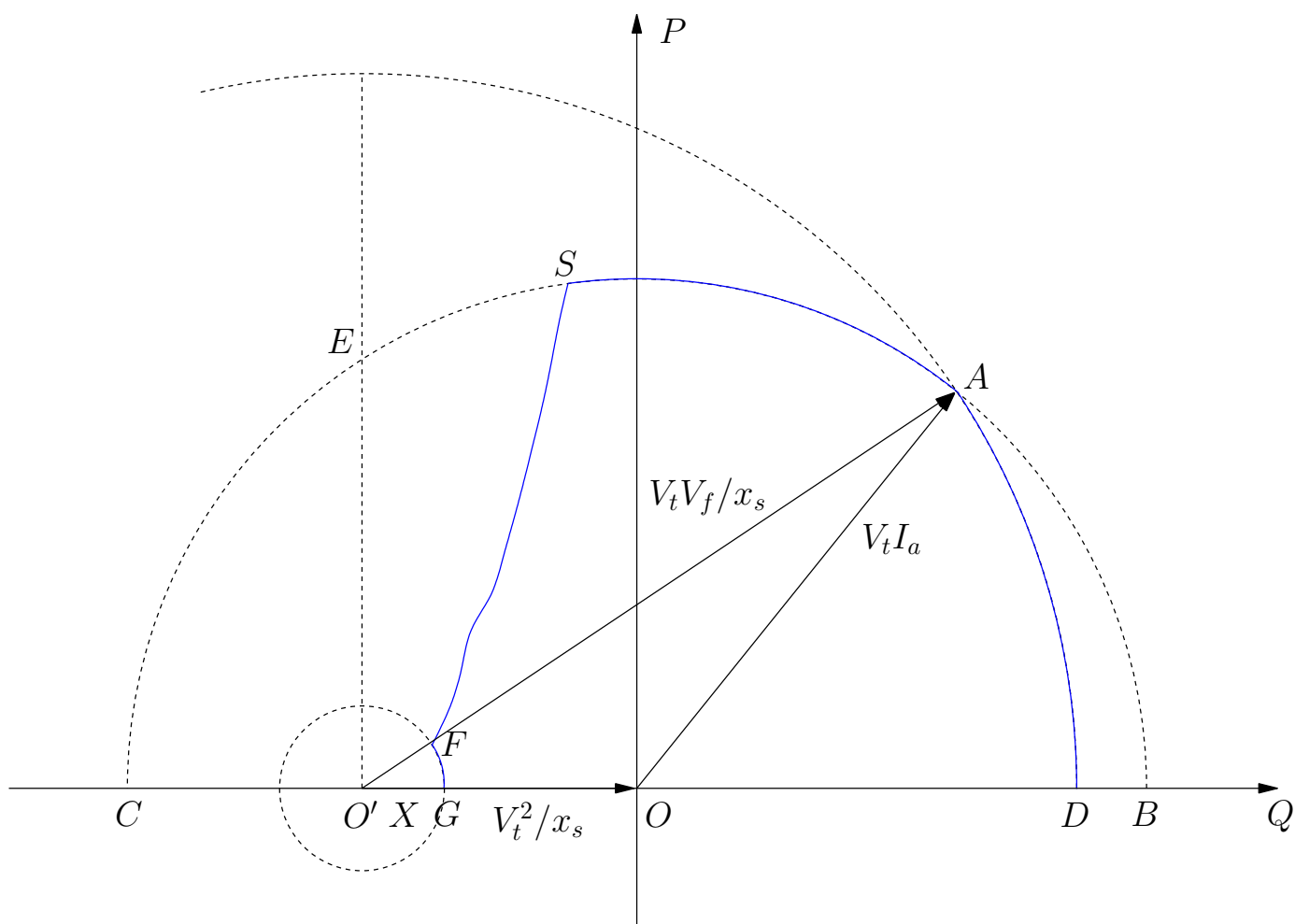


(6) Excitação mínima:

$$P^{min} = \frac{V_t V_f^{min}}{x_s} = \frac{1,0 \cdot 0,3}{1,67} = 0,1796 \text{ pu}$$

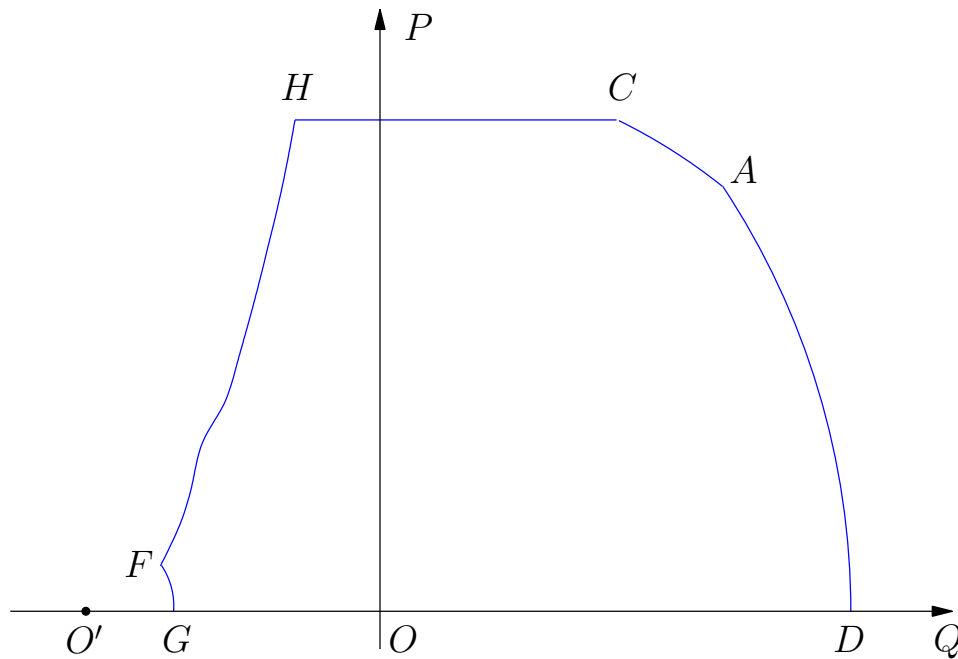
Traçar círculo com centro em O' e raio 0,1796, correspondente à excitação mínima.

O novo diagrama de capacidade é *DASFG*.



- (7) Incluir a limitação da máquina primária $\rightarrow$ linha paralela ao eixo Q para $P = 1,0$ pu.

O diagrama de capacidade final da máquina é dado pelo contorno $DACHFG$.



Trecho	Limite
DA	campo (perdas ferro)
AC	armadura (perdas cobre)
CH	máquina primária (turbina)
HF	estabilidade
FG	excitação mínima



■ Exemplo

A partir do diagrama de capacidade da máquina síncrona do exemplo anterior, obtenha as grandezas solicitadas a seguir.

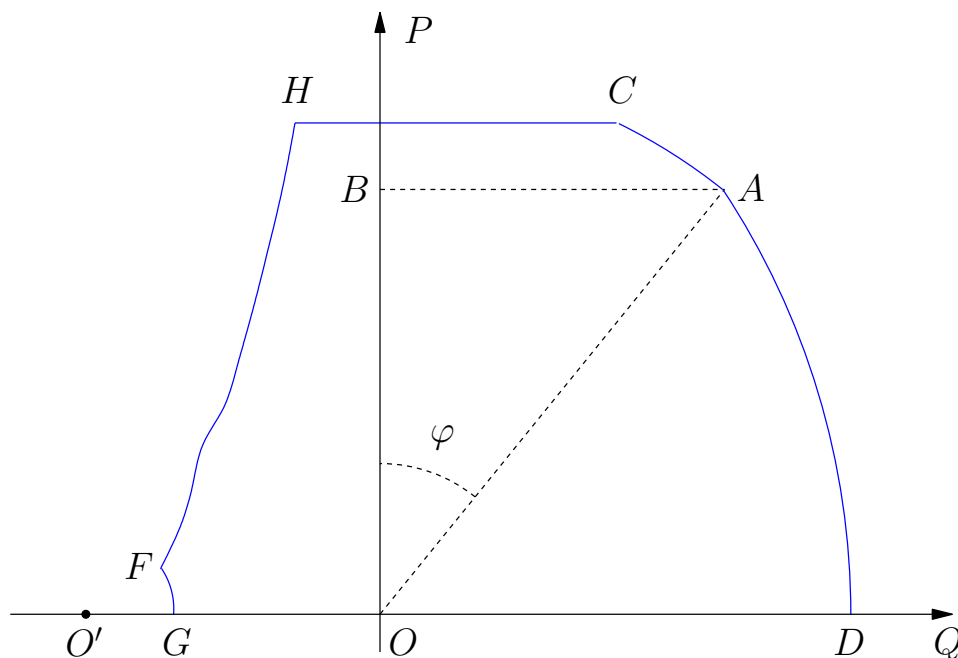
(a) Obtenha o valor do fator de potência nominal da máquina.

Este valor já foi obtido anteriormente durante o traçado do diagrama e vale:

$$\text{fp} = \cos \varphi = \cos 38,81^\circ = 0,78$$

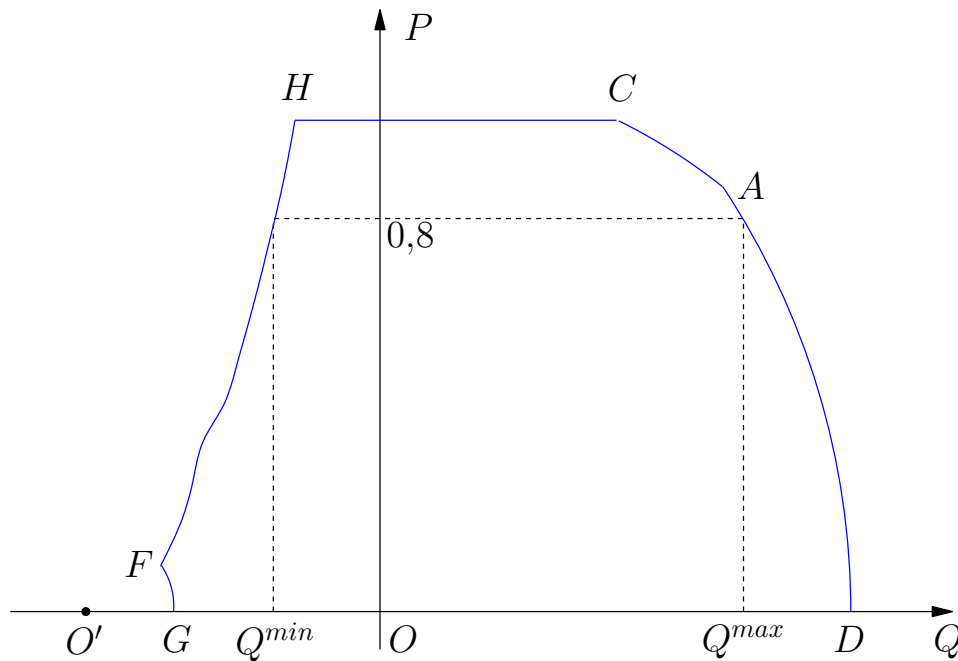
O fator de potência nominal é obtido diretamente do diagrama calculando-se o cosseno do ângulo entre o eixo P e a linha OA :

$$\text{fp} = \cos \varphi = \frac{OB}{OA} = 0,78$$



- (b) Obtenha os limites de potência reativa quando a máquina fornece 0,8 pu de potência ativa.

Traçar linha paralela ao eixo Q para $P = 0,8$ pu. Os limites são dados pela intersecção da linha com o diagrama.



$Q^{min} = -0,21$ pu limite ativo: estabilidade, máquina consome potência reativa

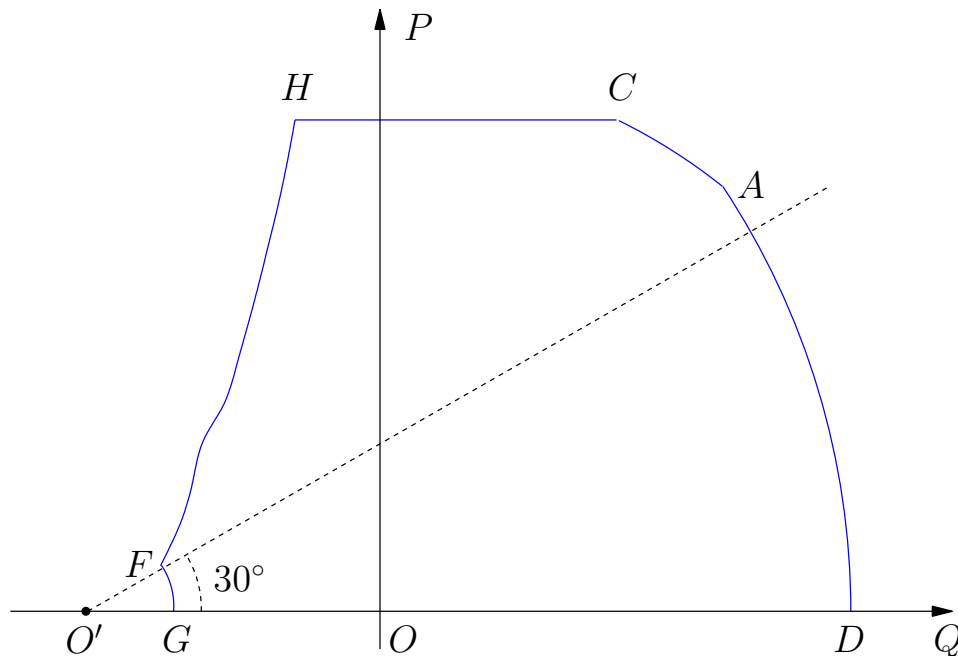
$Q^{max} = 0,73$ pu limite ativo: perdas ferro, máquina fornece potência reativa

- (c) Determine a potência ativa a partir da qual as perdas cobre são importantes na definição dos limites de potência reativa.

$P = 0,87$ pu, que corresponde ao trecho OB mostrado no item (a). Para potências ativas geradas maiores que este valor, Q^{max} será limitado pelas perdas cobre.

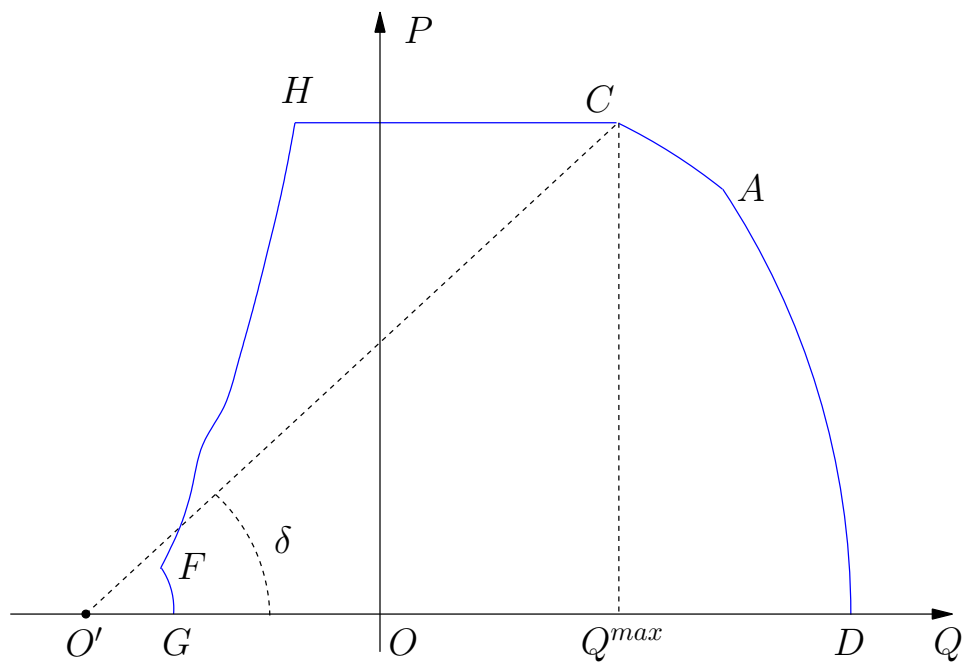
- (d) A máquina fornece 1,0 pu de potência ativa. Determine V_f tal que $\delta = 30^\circ$. Se a operação sob as condições especificadas não for possível, determinar o mínimo valor de δ .

Como a máquina fornece 1,0 pu de potência ativa, opera sobre o trecho CH do diagrama de capacidade. Traçar uma linha a partir de O' formando 30° com o eixo Q .



A linha não cruza o trecho CH , portanto, a operação sob essas condições não é possível. O ângulo δ mínimo é obtido traçando-se uma linha a partir de O' que passe por C . Neste caso, a máquina operará fornecendo potência ativa de 1,0 pu e reativa máxima $Q^{max} = 0,49$ pu. O ângulo δ mínimo será igual a:

$$\delta = \text{tg}^{-1} \frac{1,0}{1,08} = 42,8^\circ$$



O trecho $O'C$ equivale a 1,47 pu. Logo:

$$O'C = 1,47 = \frac{V_t V_f}{x_s} \quad \rightarrow \quad V_f = \frac{O'C \cdot x_s}{V_t} = \frac{1,47 \cdot 1,67}{1,0} = 2,45 \text{ pu}$$

■

Máquina de pólos salientes

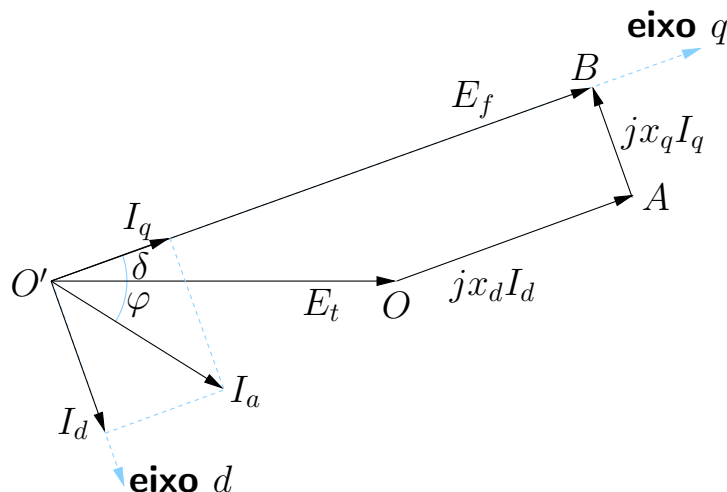
- ▶ O procedimento para a obtenção do diagrama de capacidade de uma máquina de pólos salientes é o mesmo daquele utilizado para o caso da máquina de pólos lisos → o diagrama de capacidade não difere, em essência daquele já obtido.
- ▶ O diagrama de capacidade obtido anteriormente é um caso particular de uma máquina de pólos salientes para a qual $x_d = x_q$.
- ▶ Tem-se agora o conjugado de relutância associado ao termo de relutância da potência fornecida pela máquina:

$$P = \frac{V_t V_f}{x_d} \sen \delta + \underbrace{\frac{V_t^2}{2} \left(\frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \right) \sen 2\delta}_{\text{relutância}}$$

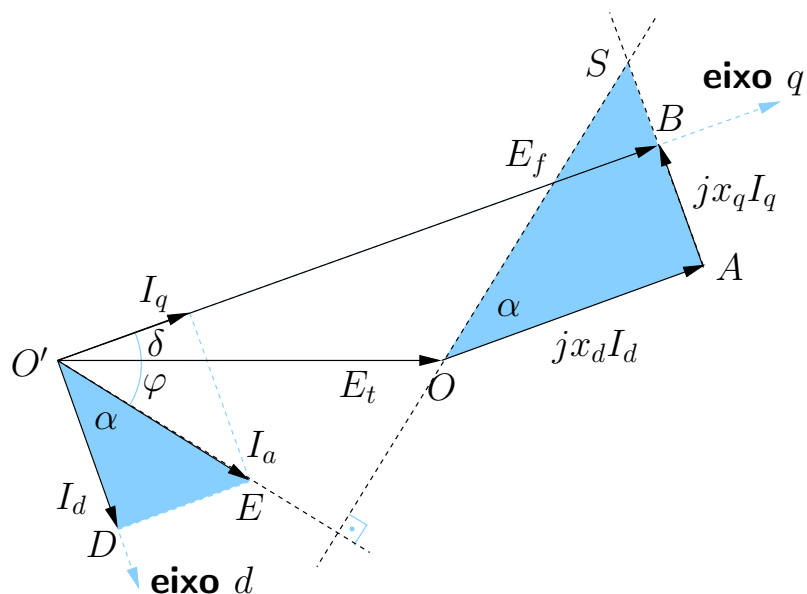
- ▶ Para a máquina de pólos salientes tem-se:

$$E_f = E_t + jx_d I_d + jx_q I_q$$

- ▶ Diagrama fasorial:



- Prolongar a linha de I_a e traçar uma linha perpendicular a ela passando pelo ponto O . Prolongar AB e obter o ponto de intersecção S .



- Triângulos $O'DE$ e OAS são semelhantes. Então:

$$\frac{O'D}{DE} = \frac{OA}{AS}$$

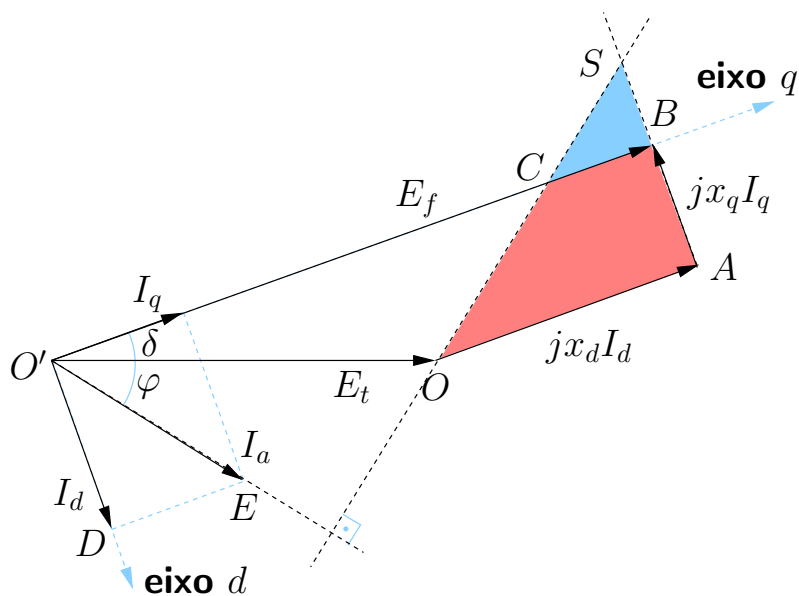
$$\frac{I_d}{I_q} = \frac{x_d I_d}{x_q I_q + BS}$$

$$BS = (x_d - x_q) I_q$$

$$AS = AB + BS \quad \rightarrow \quad AS = x_d I_q$$

$$OS^2 = OA^2 + AS^2 \quad \rightarrow \quad OS = x_d I_a$$

► Observando novamente o diagrama:



► Os triângulos OAS e CBS são semelhantes:

$$\frac{AS}{OS} = \frac{BS}{CS}$$

$$\frac{x_d I_q}{x_d I_a} = \frac{(x_d - x_q) I_q}{CS}$$

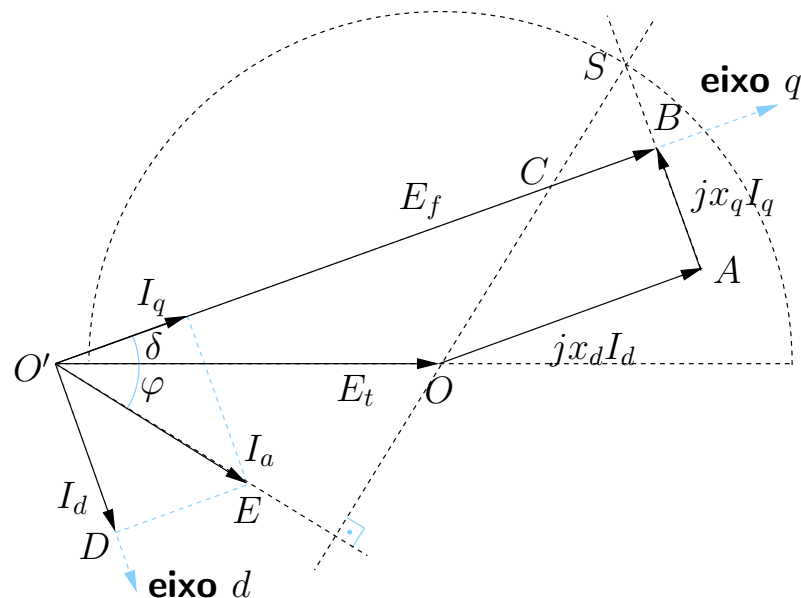
$$CS = (x_d - x_q) I_a$$

$$OC = OS - CS \quad \rightarrow \quad OC = x_q I_a$$

- Variando o ângulo do fator de potência de -90° a 90° (puramente indutivo a puramente capacitivo), o fasor I_a descreve uma semi-circunferência em torno de O' .

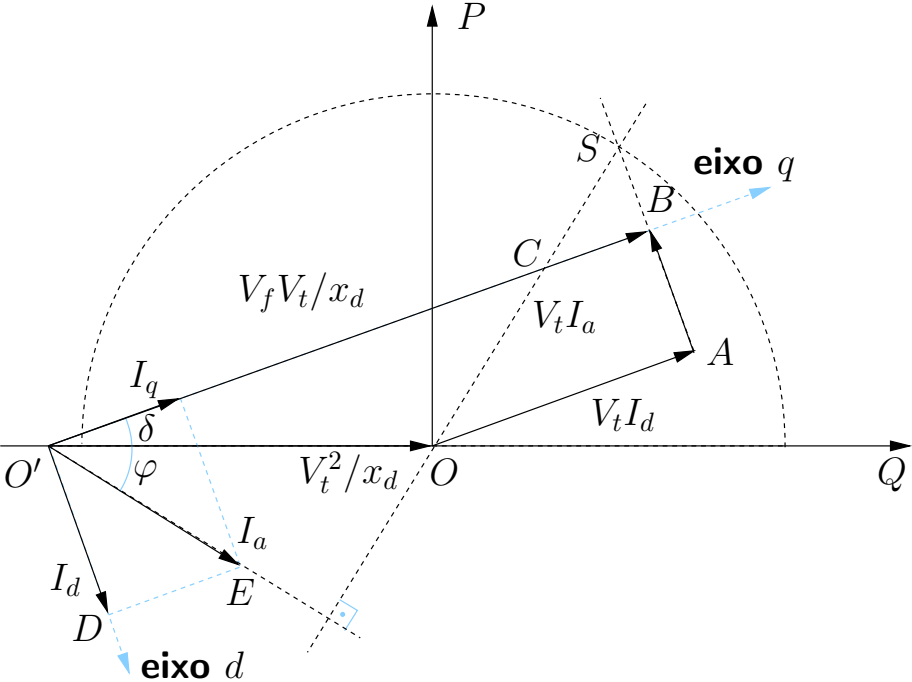
O trecho $OS = x_d I_a$ gira da mesma forma em torno de O , resultando na semi-circunferência tracejada $\rightarrow$ lugar geométrico dos pontos de operação no limite de aquecimento da armadura.

Notar que a semi-circunferência não passa pelo ponto B (extremidade de E_f) como no caso da máquina de pólos lisos.



- Dividindo a equação da máquina por x_d e multiplicando por V_t :

$$\frac{V_t}{x_d} E_f = \frac{V_t}{x_d} E_t + jV_t I_d + jV_t \frac{x_q}{x_d} I_q$$

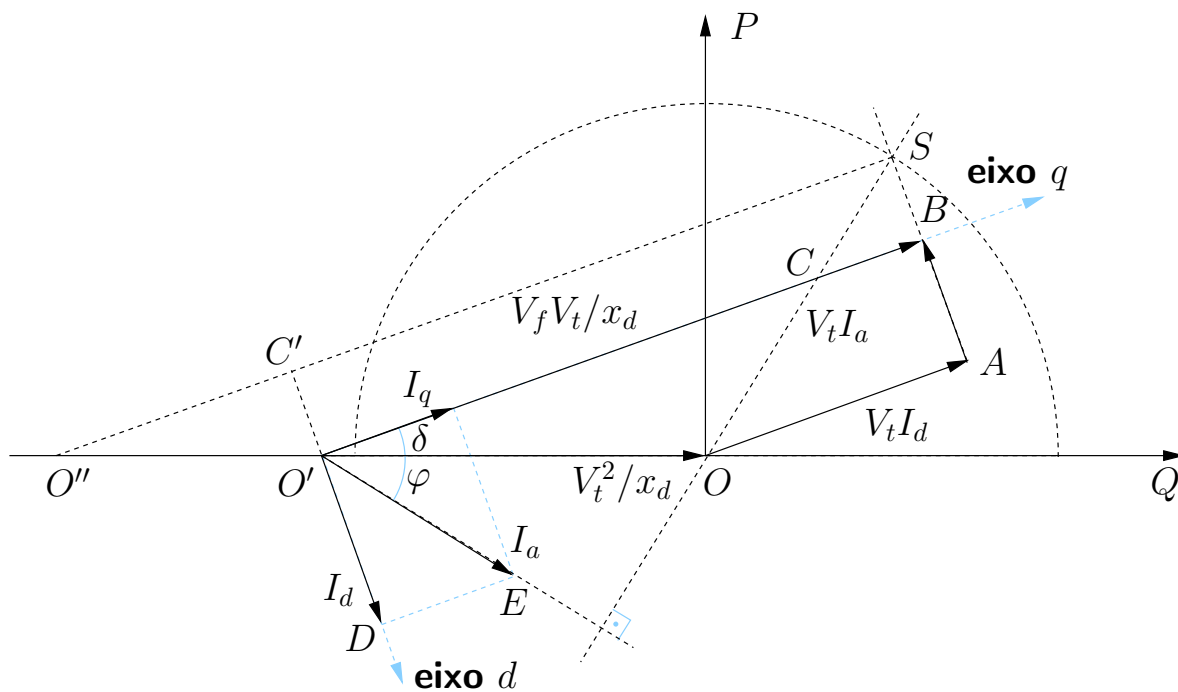


► **Obtenção da curva de aquecimento do campo:**

→ lembre que para máquinas de pólos lisos esta curva era uma semi-circunferência de centro em O' e raio $V_t E_f / x_s$.

→ a partir do ponto S foi traçada uma paralela à direção de $O'B$ até o ponto O'' .

→ a partir de O' foi traçado o segmento $O'C'$, paralelo a BS .



→ **Relações:**

$$C'S = O'B = \frac{V_f V_t}{x_d}$$

$$O'C' = BS = V_t I_q \left(1 - \frac{x_q}{x_d}\right)$$

$$AB = OX = V_t I_q \frac{x_q}{x_d} = \frac{V_t^2}{x_d} \sin \delta$$

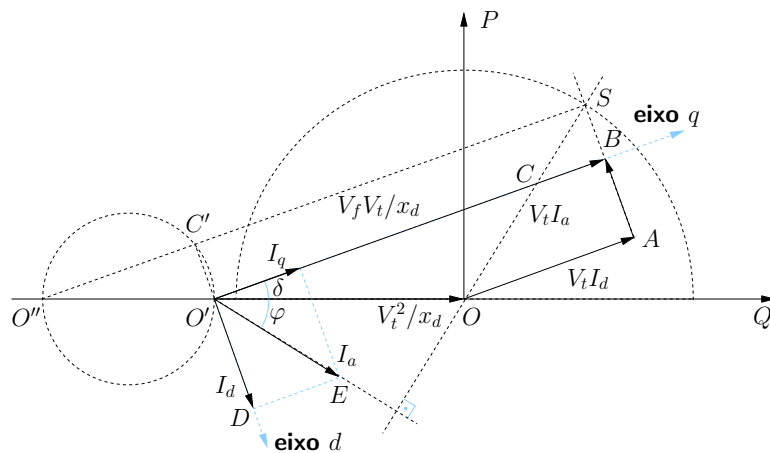
$$\text{sen } \delta = \frac{AB}{O'} = \frac{O'C'}{O''O'}$$

$$O''O' = \frac{O'O \cdot O'C}{AB} = V_t^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right)$$

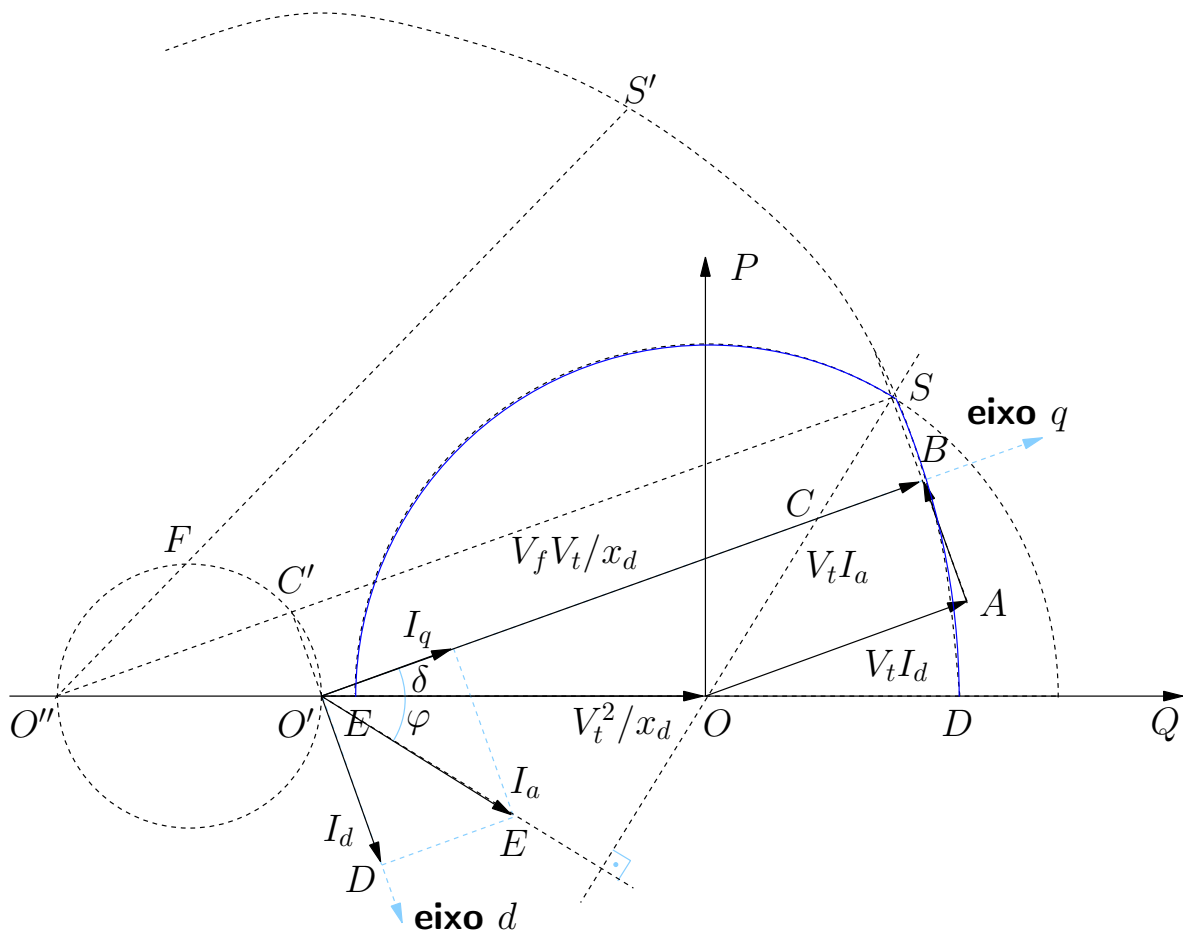
$$O''O = O''O + O'O = \frac{V_t^2}{x_q}$$

→ O trecho $C'S$ corresponde à parcela de pólos lisos. O trecho $O''C'$ corresponde à parcela de pólos salientes.

→ $O''O'$ é o diâmetro de uma circunferência que depende somente da saliência polar → relacionada com o conjugado de relutância (para pólos lisos o diâmetro será zero).



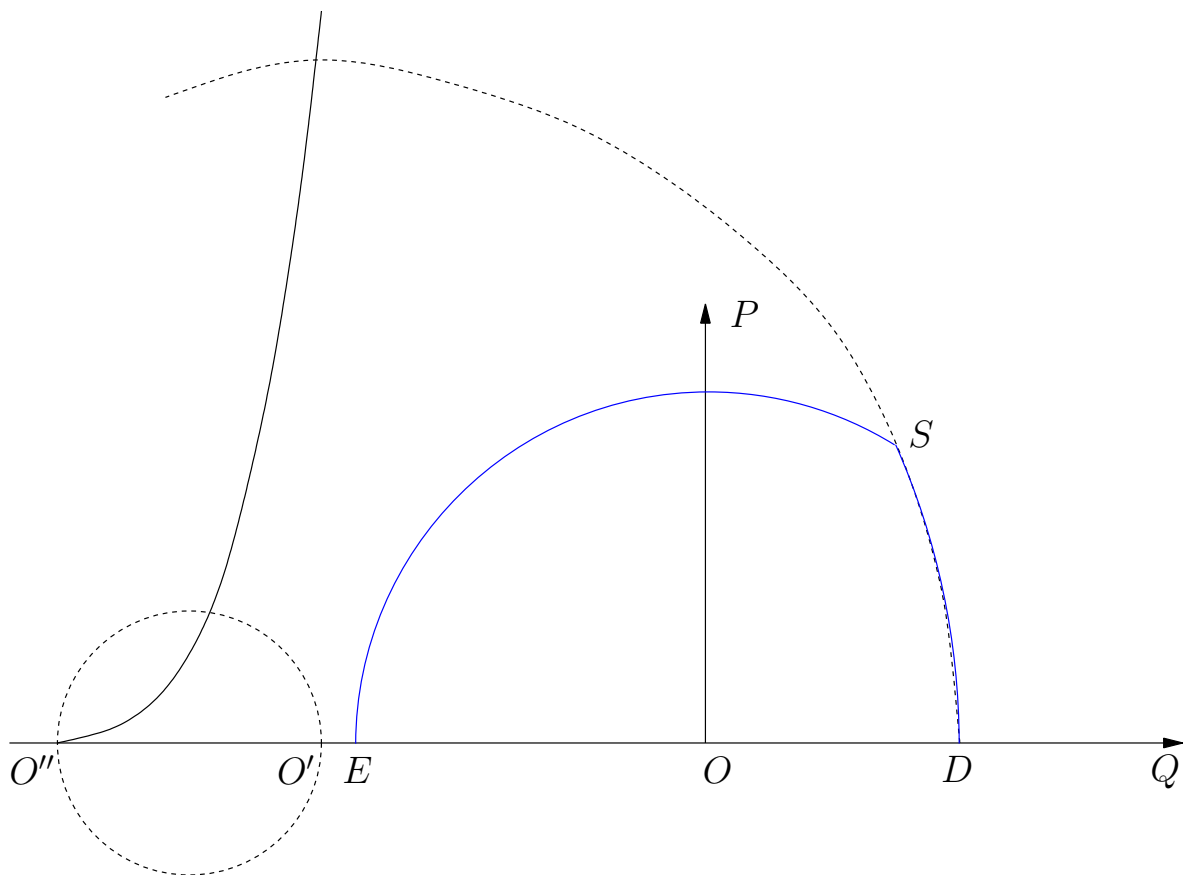
→ **curva de capacidade é DSE .**



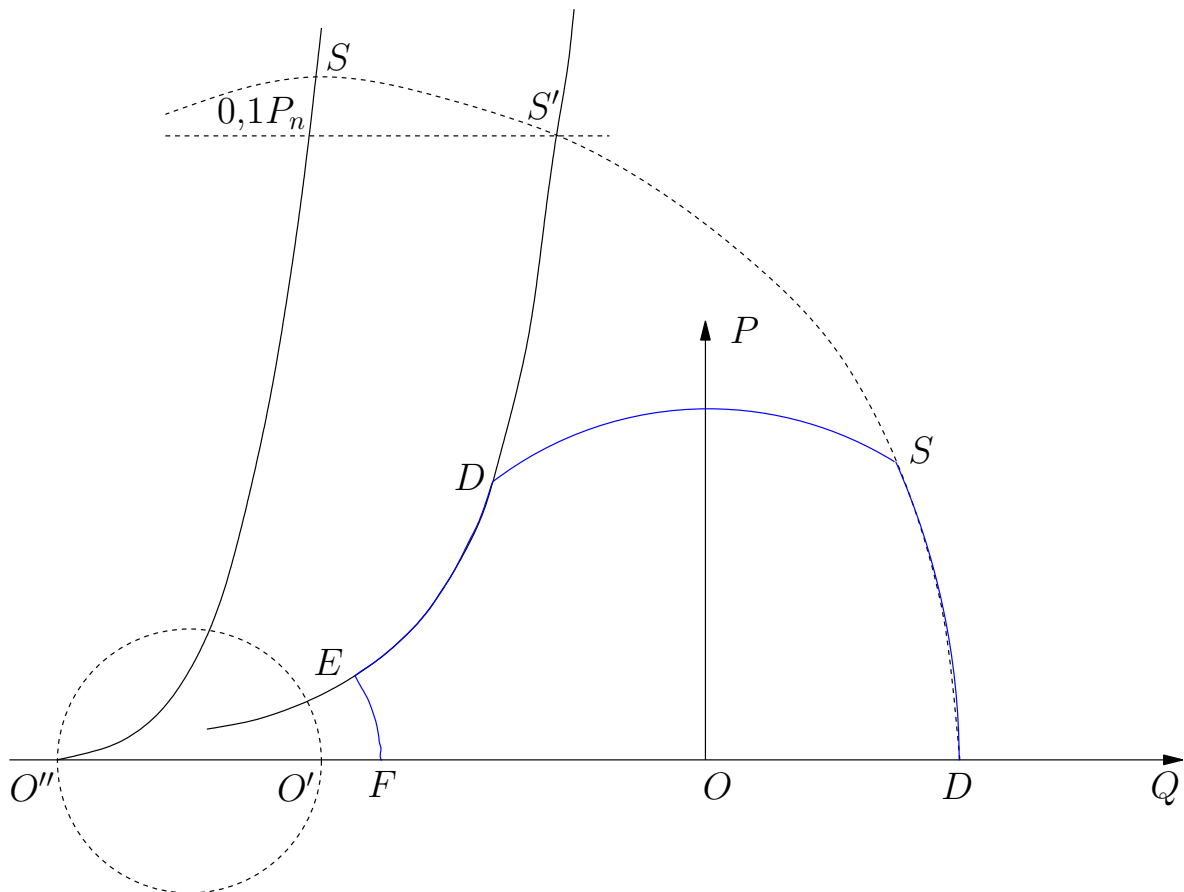
► pode-se agora incluir os outros fatores.

- O lugar geométrico dos limites de estabilidade é uma curva que pode estar fora ou dentro da curva de capacidade. A curva é obtida, para cada valor de V_f , por:

$$\frac{\partial}{\partial \delta} P = 0 \quad \rightarrow \quad \left(Q + \frac{V_t^2}{x_q} \right)^2 + \left(Q + \frac{v_t^2}{x_d} \right)^2 P^2 = 0$$



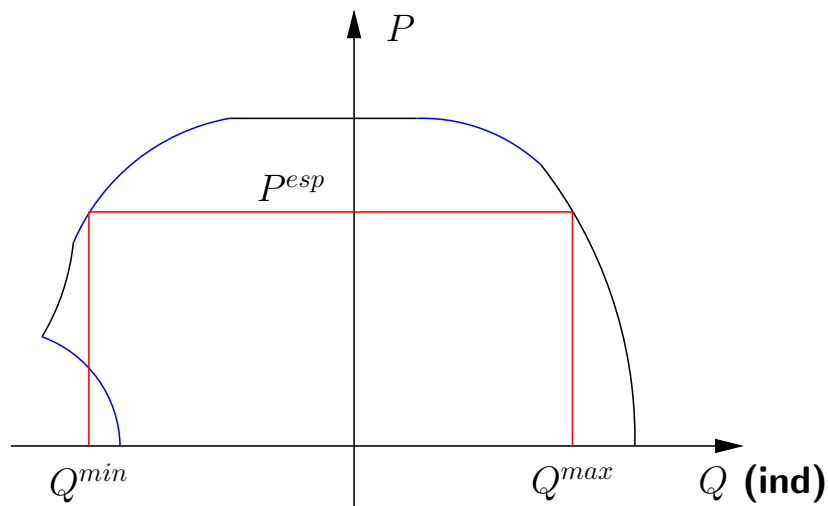
→ para obter o limite prático de estabilidade, dar folga de $0,1P_n$ e construir a curva do limite prático de estabilidade da mesma forma que foi feito para a máquina de pólos lisos, lembrando que as curvas de aquecimento de campo são cardióides.



- ▶ O trecho EF da figura acima refere-se à excitação mínima permitida (5% a 10% da excitação normal), que também é uma cardióide.
- ▶ Deve-se finalmente incluir a limitação proveniente da máquina primária, da mesma forma que foi feito para a máquina de pólos lisos.

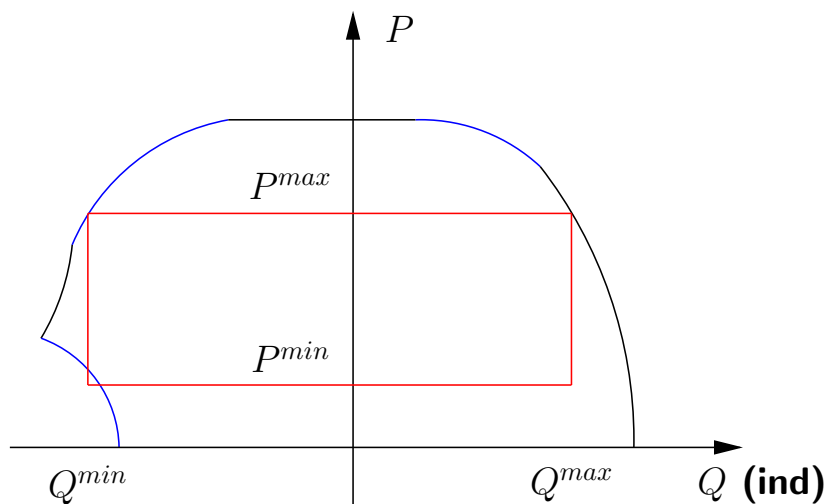
3.6 Limites do gerador síncrono no problema de fluxo de carga

- ▶ No problema de fluxo de carga as barras de geração são representadas como uma injeção de potência ativa P^{esp} no barramento com magnitude de tensão fixa V^{esp} . Representando essas condições no diagrama de capacidade traçado para V^{esp} tem-se:



- ▶ Em função das limitações da máquina, existem limites para o consumo ou fornecimento de potência reativa pela máquina, Q^{min} e Q^{max} respectivamente.
- ▶ Se algum dos limites de potência reativa for atingido, a máquina perderá a capacidade de manter a magnitude da tensão no barramento em V^{esp} . Assim, a tensão passará a variar e o barramento apresentará um comportamento de barra de carga (tipo PQ).

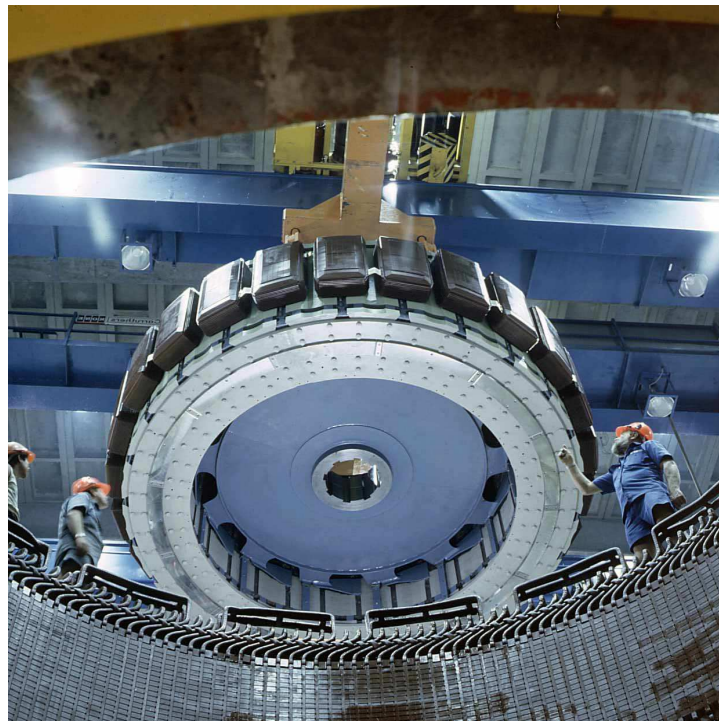
- ▶ Em análises envolvendo a determinação de ações de controle, por exemplo, pode-se também especificar limites de geração de potência ativa, ou seja, $P_g^{min} \leq P_g \leq P_g^{max}$:



- ▶ Naturalmente, esta simplificação na representação dos limites da máquina pode não ser aceitável para certas análises.

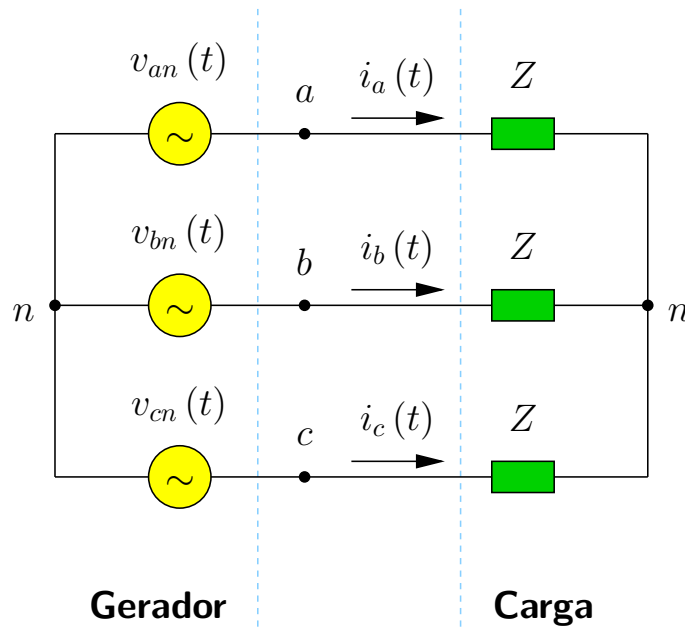
Referências

- [1] P.M. Anderson, A.A. Fouad, Power system control and stability, IEEE Press, 1993.
- [2] C.A. Castro, M.R. Tanaka, Circuitos de corrente alternada – um curso introdutório, Unicamp, 1995.
- [3] A.E. Fitzgerald, C. Kingsley Jr., A. Kusko, Máquinas elétricas, McGraw-Hill, 1979.
- [4] J.A.F. Melo, Geradores síncronos: curvas de capacidade, Publicações técnicas CHESF, n.2, 1977.
- [5] A.J. Monticelli, A.V. Garcia, Introdução a sistemas de energia elétrica, Unicamp, 1999.
- [6] G. McPherson, R.D. Laramore, An introduction to electrical machines and transformers, John Wiley, 1990.



Apêndice – Reação de armadura

Considere uma carga equilibrada conectada a um gerador síncrono trifásico:



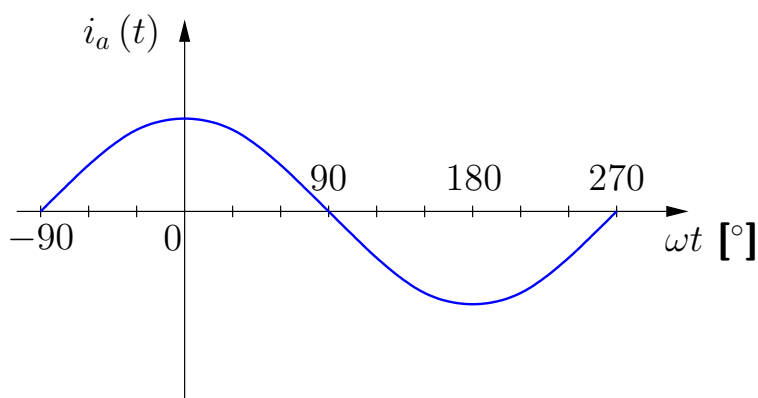
Tensões senoidais equilibradas (mesmos valores eficazes e defasadas de 120°) são aplicadas às impedâncias e resultam nas correntes:

$$i_a(t) = I \cos(\omega t)$$

$$i_b(t) = I \cos(\omega t - 120^\circ)$$

$$i_c(t) = I \cos(\omega t + 120^\circ)$$

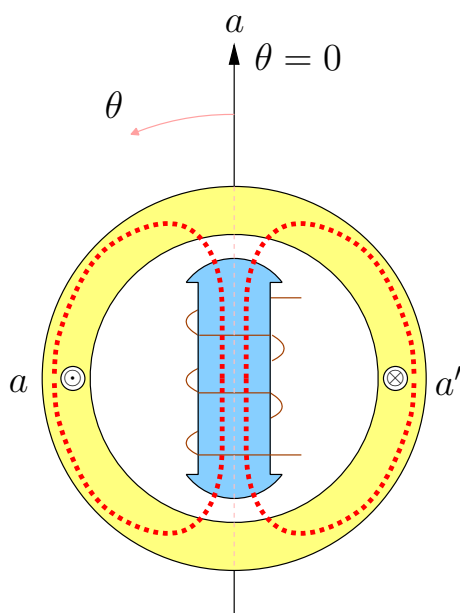
As correntes também têm os mesmos valores eficazes e são defasadas de 120° umas das outras. Nota-se que é considerada a seqüência de fases abc . A corrente da fase a em função do tempo é dada por:



A corrente $i_a(t)$ circula pela bobina da fase a do gerador, criando uma força magnetomotriz (fmm) também senoidal em relação ao tempo:

$$\mathcal{F}_a(t) = \mathcal{F} \cos \omega t$$

As linhas de campo são normais à direção da corrente. Considera-se o eixo da fase a como a referência de ângulo θ , que representa a posição no espaço em relação ao eixo da fase a :

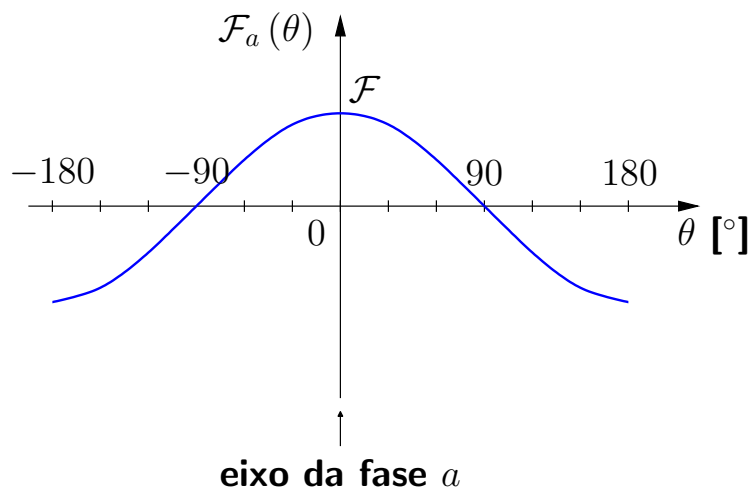


Como as bobinas das fases são acomodadas em ranhuras distribuídas ao longo do estator, a fmm distribui-se senoidalmente no espaço.

No instante $t = 0$ tem-se:

$$\omega t = 0 \quad \text{e} \quad i_a(0) = I$$

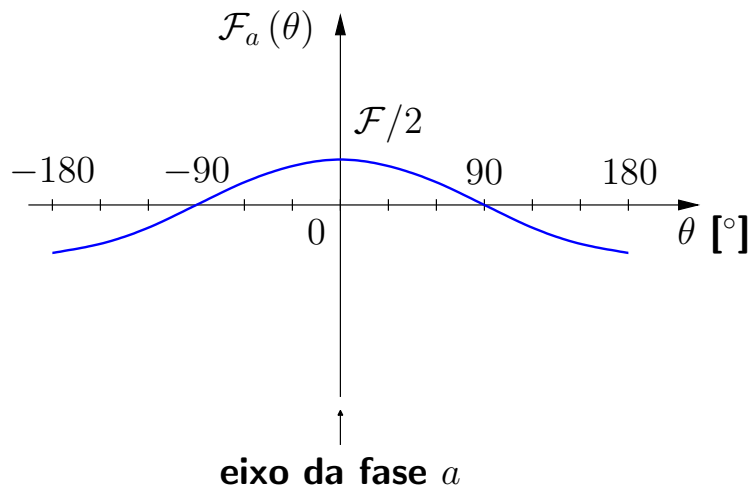
A corrente tem seu valor máximo. A fmm induzida apresenta também o seu valor máximo $\mathcal{F}$ ao longo do eixo da fase a e varia senoidalmente para θ variando:



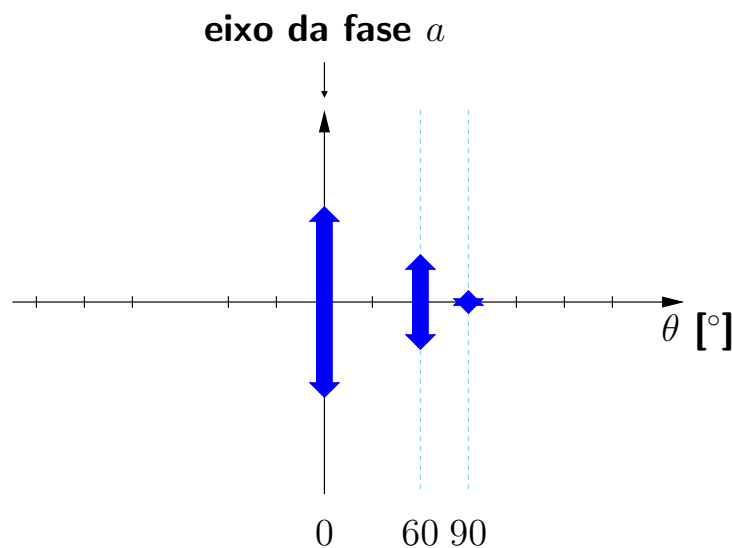
Para $t = \pi/3\omega$ tem-se:

$$\omega t = \pi/3 \quad \text{e} \quad i_a(\pi/3\omega) = I/2$$

A fmm apresenta um valor máximo de $\mathcal{F}/2$ ao longo do eixo da fase a e se distribui senoidalmente:



Observando o valor instantâneo da fmm $\mathcal{F}_a$ para um certo ângulo θ^* , verifica-se que esta varia de $\mathcal{F} \cos \theta^*$ a $-\mathcal{F} \cos \theta^*$. Por exemplo, ao longo do eixo da fase a , $\theta^* = 0$ e a fmm varia de $\mathcal{F}$ a $-\mathcal{F}$. Para $\theta^* = 60^\circ$, a fmm varia de $\mathcal{F}/2$ a $-\mathcal{F}/2$. Para $\theta^* = 90^\circ$, a fmm é sempre igual a 0:

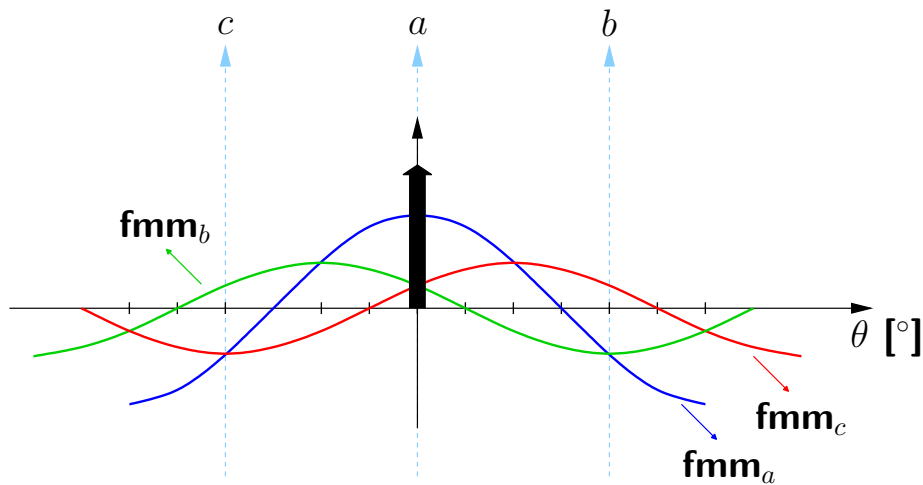


Os comportamentos das correntes e das fmm's das fases b e c são os mesmos que os da fase a , só que defasados de -120° e 120° , respectivamente.

Para $t_0 = 0$:

$$\omega t_0 = 0 \quad \text{e} \quad \begin{cases} i_a(t_0) = I \\ i_b(t_0) = I \cos(-120^\circ) = -I/2 \\ i_c(t_0) = I \cos(120^\circ) = I/2 \end{cases}$$

Os valores de pico das fmm's são $\mathcal{F}$ (fase a), $-\mathcal{F}/2$ (fase b) e $-\mathcal{F}/2$ (fase c) ao longo dos respectivos eixos, distribuindo-se senoidalmente no espaço:



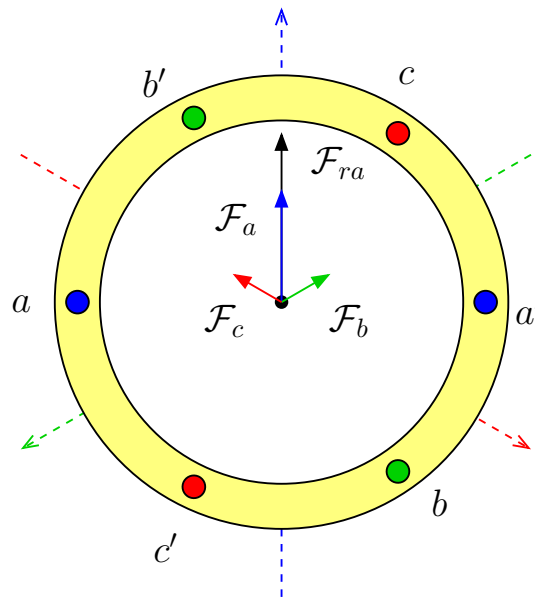
Para $\theta_0 = 0$ tem-se:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_a(\theta_0) &= \mathcal{F} \\ \mathcal{F}_b(\theta_0) &= \mathcal{F}/4 \\ \mathcal{F}_c(\theta_0) &= \mathcal{F}/4 \end{aligned}$$

que resulta em uma fmm total de $3\mathcal{F}/2$. Note que para $\theta = \pm 90^\circ$ a fmm total é nula. Para $\theta = \pm 180^\circ$ a fmm total é $-3\mathcal{F}/2$. Conclui-se que, no espaço, a fmm total distribui-se senoidalmente, e:

$$\mathcal{F}_{ra} = \frac{3}{2} \mathcal{F} \cos \theta$$

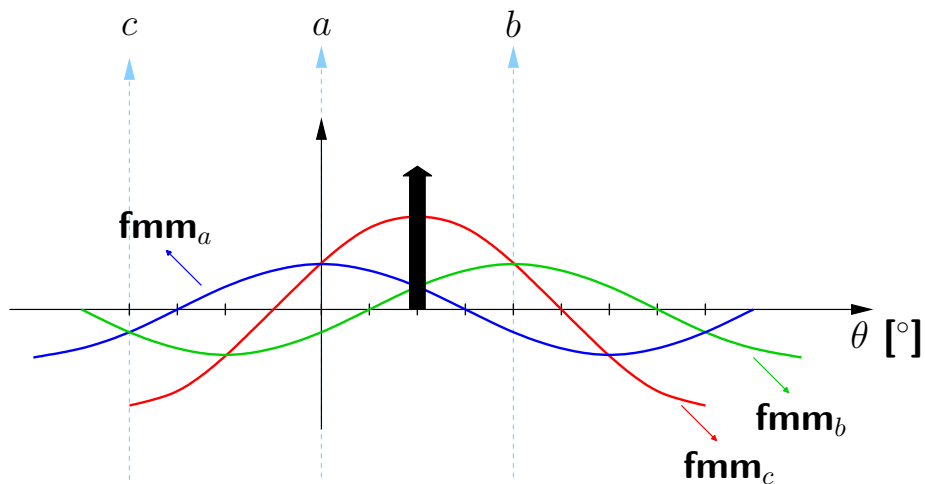
Pode-se também visualizar a situação da seguinte maneira:



Para $t_1 = \pi/3\omega$:

$$\omega t_1 = \pi/3 \text{ (60°)} \quad \text{e} \quad \begin{cases} i_a(t_1) = I \cos(60^\circ) = I/2 \\ i_b(t_1) = I \cos(-60^\circ) = I/2 \\ i_c(t_1) = I \cos(180^\circ) = -I \end{cases}$$

Os valores de pico das fmm's são $\mathcal{F}/2$ (fase a), $\mathcal{F}/2$ (fase b) e $-\mathcal{F}$ (fase c) ao longo dos respectivos eixos, distribuindo-se senoidalmente no espaço:



Para $\theta_1 = 60^\circ$ tem-se:

$$\mathcal{F}_a(\theta_1) = \mathcal{F}/4$$

$$\mathcal{F}_b(\theta_1) = \mathcal{F}/4$$

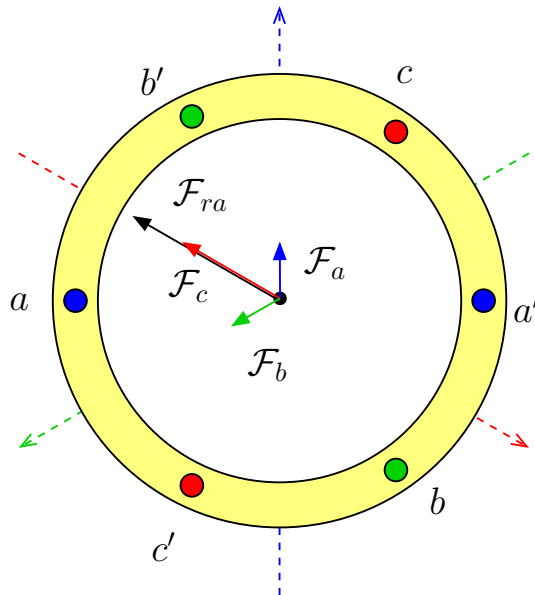
$$\mathcal{F}_c(\theta_1) = \mathcal{F}$$

que também resulta em uma fmm total de $3\mathcal{F}/2$. Note que para $\theta = 150^\circ$ e $\theta = -30^\circ$ (variação de $\pm 90^\circ$ em torno de θ_1) a fmm total é nula. Tem-se ainda que a fmm total vale $-3\mathcal{F}/2$ para $\theta = 240^\circ$ e $\theta = -120^\circ$ (variação de $\pm 180^\circ$ em torno de θ_1), indicando que a fmm total distribui-se senoidalmente no espaço. A diferença agora é que o valor de pico está deslocado de um ângulo de 60° , que corresponde ao valor de ωt_1 .

A expressão para $\mathcal{F}_{ra}$ levando em conta o tempo e o espaço é então:

$$\mathcal{F}_{ra} = \frac{3}{2}\mathcal{F} \cos(\theta - \omega t)$$

Pode-se também visualizar a situação da seguinte maneira:



Realizando esta análise para vários ângulos conclui-se que a fmm apresenta uma distribuição senoidal no espaço e a posição de seu valor de pico $3\mathcal{F}/2$ gira no tempo, com velocidade angular ω , configurando assim um campo girante. Este campo é chamado de **reação de armadura** em função de existir a partir das correntes de armadura. A fmm de reação de armadura existe no entreferro da máquina juntamente com o campo de excitação (criado pela corrente de campo). O campo resultante é que determina o valor da tensão terminal do gerador.