

Análise de faltas balanceadas e não-balanceadas utilizando $\mathbf{Z}_{bar}$

1. Análise de falta balanceada usando a matriz de impedância de barra ($\mathbf{Z}_{bar}$)

Aqui será feita uma análise de cálculo de curto-circuito trifásico (falta balanceada), utilizando a matriz $\mathbf{Z}_{bar}$. Será visto que o emprego dos elementos de $\mathbf{Z}_{bar}$ facilita o cálculo da corrente de falta, bem como das tensões nodais durante a falta. Para isso, assume-se que:

- O sistema é balanceado e, portanto, pode ser modelado por fase;
- Cada máquina (gerador ou motor) é representada por uma fonte de tensão constante atrás de uma impedância;
- Cada transformador é modelado por sua impedância do ramo série (obtida do ensaio de curto-circuito);
- As linhas de transmissão são representadas por seu modelo π equivalente, desprezando as capacitâncias “shunt”;
- A falta dar-se-á através de uma impedância de falta $\mathbf{Z}_f$ (pode ser uma resistência de arco);
- Os parâmetros ($\mathbf{z}$ e $\mathbf{y}$) e as grandezas ($\mathbf{V}$ e $\mathbf{I}$) são fornecidos em p.u.

Considere o sistema de potência composto por três barras mostrado na Figura 1. Na barra 3 está simulada uma falta trifásica através de uma impedância de falta $\mathbf{Z}_f$.

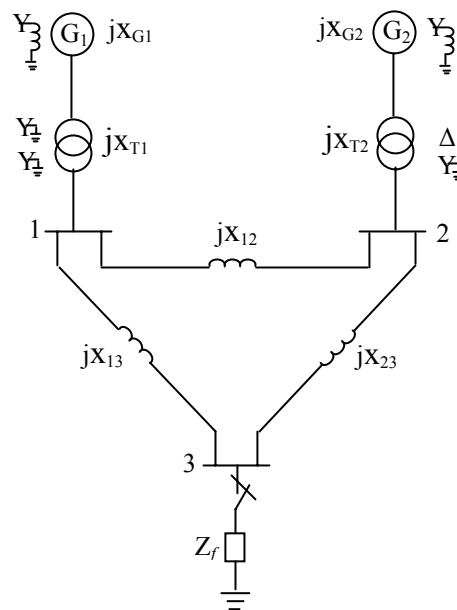


Figura 1 – Diagrama de impedâncias de um sistema de potência

O vetor das tensões nodais pré-falta do circuito é

$$\mathbf{V}_{bar}(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1(0) \\ \mathbf{V}_2(0) \\ \mathbf{V}_3(0) \end{bmatrix}$$

onde a notação (0) denota a condição pré-falta.

As mudanças causadas pela falta são equivalentes àsquelas causadas pela adição da tensão $\dot{V}_3(0)$ (tensão pré-falta aplicada á barra 3) com as outras fontes curto-circuitadas, portanto aplica-se o teorema de Thévenin. Representando todos os componentes e cargas por suas admitâncias, obtém-se o circuito de Thévenin mostrado na Figura 2.

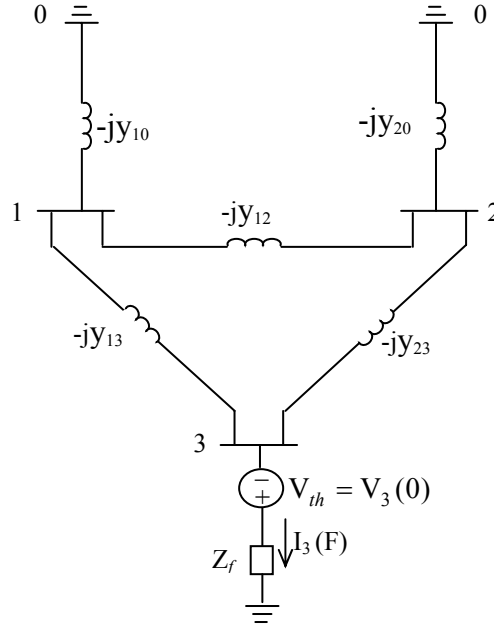


Figura 2 - Circuito de Thévenin

Empregando o princípio da superposição ao circuito, as tensões nas barras durante a falta ($\mathbf{V}_{bar}(F)$) são obtidas pela adição das tensões pré-falta ($\mathbf{V}_{bar}(0)$) com as suas variações durante a falta ($\Delta\mathbf{V}_{bar}$)

$$\mathbf{V}_{bar}(F) = \mathbf{V}_{bar}(0) + \Delta\mathbf{V}_{bar} \quad (1)$$

em que a notação (F) ressalta a condição de falta.

No circuito de Thévenin da Figura 2, a corrente entrando em todos os nós é zero, exceto na barra da falta. Desde que a corrente nessa barra está saindo, então, ela é tomada com o sinal negativo. Portanto, a equação nodal aplicada ao circuito é

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mathbf{I}_3(F) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11} & \mathbf{Y}_{12} & \mathbf{Y}_{13} \\ \mathbf{Y}_{21} & \mathbf{Y}_{22} & \mathbf{Y}_{23} \\ \mathbf{Y}_{31} & \mathbf{Y}_{32} & \mathbf{Y}_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{V}_1 \\ \Delta\mathbf{V}_2 \\ \Delta\mathbf{V}_3 \end{bmatrix}$$

sendo $\mathbf{Z}_{bar} = \mathbf{Y}_{bar}^{-1}$, resulta

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{V}_1 \\ \Delta\mathbf{V}_2 \\ \Delta\mathbf{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} \\ \mathbf{Z}_{31} & \mathbf{Z}_{32} & \mathbf{Z}_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mathbf{I}_3(F) \end{bmatrix}$$

ou

$$\Delta \mathbf{V}_{bar} = \mathbf{Z}_{bar} \times \mathbf{I}_{bar}(F) \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), obtém-se o vetor das tensões nas barras durante a falta

$$\mathbf{V}_{bar}(F) = \mathbf{V}_{bar}(0) + \mathbf{Z}_{bar} \mathbf{I}_{bar}(F) \quad (3)$$

Escrevendo (3) em termos de seus elementos, tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1(F) \\ \mathbf{V}_2(F) \\ \mathbf{V}_3(F) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1(0) \\ \mathbf{V}_2(0) \\ \mathbf{V}_3(0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} & \mathbf{Z}_{13} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} & \mathbf{Z}_{23} \\ \mathbf{Z}_{31} & \mathbf{Z}_{32} & \mathbf{Z}_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mathbf{I}_3(F) \end{bmatrix}$$

Em (3) há somente um elemento não-zero no vetor corrente (corrente de falta), então as tensões nodais durante a falta são dadas por

$$\mathbf{V}_1(F) = \mathbf{V}_1(0) - \mathbf{Z}_{13} \mathbf{I}_3(F)$$

$$\mathbf{V}_2(F) = \mathbf{V}_2(0) - \mathbf{Z}_{23} \mathbf{I}_3(F) \quad (4)$$

$$\mathbf{V}_3(F) = \mathbf{V}_3(0) - \mathbf{Z}_{33} \mathbf{I}_3(F)$$

onde $\mathbf{V}_3(F)$ é a tensão na barra da falta e as demais são as tensões nas outras barras, originadas pela corrente de falta.

Do circuito de Thévenin (Figura 2), a tensão na barra da falta também pode ser calculada multiplicando-se a impedância de falta pela corrente de falta. Para o caso de uma falta franca ($\mathbf{Z}_f = 0$), então $\mathbf{V}_3(F) = 0$.

$$\mathbf{V}_3(F) = \mathbf{Z}_f \mathbf{I}_3(F) \quad (5)$$

Substituindo (5) em $\mathbf{V}_3(F)$ de (4), resulta

$$\mathbf{I}_3(F) = \frac{\mathbf{V}_3(0)}{\mathbf{Z}_{33} + \mathbf{Z}_f} \quad (6)$$

de onde se conclui que $\mathbf{Z}_{33}$ é a própria impedância de Thévenin vista da barra 3, ou seja, $\mathbf{Z}_3(th) = \mathbf{Z}_{33}$.

As correntes nas linhas durante a falta são

$$\mathbf{I}_{12}(F) = \frac{\mathbf{V}_1(F) - \mathbf{V}_2(F)}{\mathbf{Z}_{12}}$$

$$\mathbf{I}_{13}(F) = \frac{\mathbf{V}_1(F) - \mathbf{V}_3(F)}{\mathbf{Z}_{13}} \quad (7)$$

$$\mathbf{I}_{23}(F) = \frac{\mathbf{V}_2(F) - \mathbf{V}_3(F)}{\mathbf{Z}_{23}}$$

onde $\mathbf{z}_{12}$, $\mathbf{z}_{13}$ e $\mathbf{z}_{23}$ são as impedâncias-série de seqüência positiva das linhas 1-2, 1-3 e 2-3.

Generalizando para um sistema com n barras obtêm-se as equações (4) e (7) para a i -ésima barra.

- 1) Tensão na barra i -ésima para uma falta na barra k

$$\mathbf{V}_i(F) = \mathbf{V}_i(0) - \mathbf{Z}_{ik}\mathbf{I}_k(F)$$

onde

$$\mathbf{I}_k(F) = \frac{\mathbf{V}_k(0)}{\mathbf{Z}_{kk} + \mathbf{Z}_f}$$

- 2) Corrente na linha i - j (de i para j) devido a uma falta na barra k

$$\mathbf{I}_{ij}(F) = \frac{\mathbf{V}_i(F) - \mathbf{V}_j(F)}{\mathbf{Z}_{ij}}$$

2. Análise de faltas desbalanceadas usando a matriz de impedância de barra ($\mathbf{Z}_{bar}$)

Foi visto que para uma falta na barra k , o elemento $\mathbf{Z}_{kk}$ da matriz $\mathbf{Z}_{bar}$ é a impedância de Thévenin vista do ponto de falta. Para se obter a solução para faltas desbalanceadas, a matriz de impedância de barra para cada seqüência é montada separadamente, então as impedâncias de seqüência $\mathbf{Z}_{kk}^{(0)}$, $\mathbf{Z}_{kk}^{(1)}$ e $\mathbf{Z}_{kk}^{(2)}$ (impedâncias de Thévenin para as seqüências) são conectadas convenientemente, conforme já se estudou, a fim de se calcular as correntes das faltas fase-terra, bifásica e bifásica-terra. Os sobre-escritos (0), (1) e (2) denotam as seqüências zero, positiva e negativa.

2.1. Falta fase-terra

Considere uma falta da fase a (da barra k) à terra através de uma impedância de falta $\mathbf{Z}_f$, conforme mostrado na Figura 3. Nesse caso, $\mathbf{Z}_f$ pode ser a própria resistência de terra.

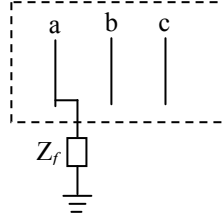


Figura 3 – Falta fase a da barra k à terra, através de $\mathbf{Z}_f$

A falta fase-terra requer os circuitos de seqüência positiva, negativa e zero, ligados em série, como já foi visto. Assim, de forma geral, para uma falta na barra k as componentes simétricas para a corrente de falta são

$$\mathbf{I}_k^{(0)} = \mathbf{I}_k^{(1)} = \mathbf{I}_k^{(2)} = \frac{\mathbf{V}_k(0)}{\mathbf{Z}_{kk}^{(1)} + \mathbf{Z}_{kk}^{(2)} + \mathbf{Z}_{kk}^{(0)} + 3\mathbf{Z}_f}$$

onde $\mathbf{Z}_{kk}^{(1)}$, $\mathbf{Z}_{kk}^{(2)}$ e $\mathbf{Z}_{kk}^{(0)}$ são os elementos kk das diagonais das matrizes $\mathbf{Z}_{bar}^{(1)}$, $\mathbf{Z}_{bar}^{(2)}$ e $\mathbf{Z}_{bar}^{(0)}$, respectivamente. Em outras palavras, são as impedâncias de Thévenin de cada seqüência, vistas da barra k . $\mathbf{V}_k(0)$ é a tensão pré-falta (de seqüência positiva) na barra k . As correntes de falta nas fases são

$$\mathbf{I}_k^{abc} = \mathbf{T} \times \mathbf{I}_k^{012} \quad (8)$$

em que $\mathbf{T}$ é a matriz de transformação

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \mathbf{a}^2 & \mathbf{a} \\ 1 & \mathbf{a} & \mathbf{a}^2 \end{bmatrix}$$

2.2. Falta bifásica

Considere uma falta entre as fases b e c através de uma impedância $\mathbf{Z}_f$ (pode ser uma resistência de arco) como mostrado na Figura 4.

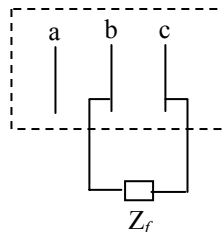


Figura 4 – Falta bifásica envolvendo as fases b e c da barra k , através $\mathbf{Z}_f$

Esse tipo de falta requer somente os circuitos de seqüências positiva e negativa. De acordo com o que já se estudou, esses circuitos são conectados em oposição. As componentes simétricas da corrente de falta são

$$\mathbf{I}_k^{(0)} = 0$$

$$\mathbf{I}_k^{(1)} = \frac{\mathbf{V}_k(0)}{\mathbf{Z}_{kk}^{(1)} + \mathbf{Z}_{kk}^{(2)} + \mathbf{Z}_f}$$

$$\mathbf{I}_k^{(2)} = -\mathbf{I}_k^{(1)}$$

As correntes de falta nas fases são calculadas por (8).

2.3. Falta bifásica à terra

Considere uma falta entre as fases *b* e *c* à terra através de uma impedância $\mathbf{Z}_f$ como mostrado na Figura 5. A impedância de falta pode ser a própria resistência de terra.

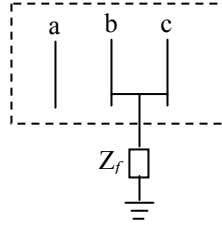


Figura 5 - Falta bifásica envolvendo as fases *b* e *c* da barra *k* e a terra, através $\mathbf{Z}_f$

Esse tipo de falta requer os três circuitos de seqüência, os quais são conectados em paralelo como já foi visto. As correntes de seqüência são

$$\mathbf{I}_k^{(1)} = \frac{\mathbf{V}_k(0)}{\mathbf{Z}_{kk}^{(1)} + \frac{\mathbf{Z}_{kk}^{(2)}(\mathbf{Z}_{kk}^{(0)} + 3\mathbf{Z}_f)}{\mathbf{Z}_{kk}^{(2)} + \mathbf{Z}_{kk}^{(0)} + 3\mathbf{Z}_f}}$$

$$\mathbf{I}_k^{(2)} = -\frac{\mathbf{V}_k(0) - \mathbf{Z}_{kk}^{(1)}\mathbf{I}_k^{(1)}}{\mathbf{Z}_{kk}^{(2)}}$$

$$\mathbf{I}_k^{(0)} = -\frac{\mathbf{V}_k(0) - \mathbf{Z}_{kk}^{(1)}\mathbf{I}_k^{(1)}}{\mathbf{Z}_{kk}^{(0)} + 3\mathbf{Z}_f}$$

As correntes de falta nas fases são calculadas empregando-se (8). A corrente na falta é dada pela soma

$$\mathbf{I}_k(F) = \mathbf{I}_k^b + \mathbf{I}_k^c$$

2.4. Tensões nas barras e correntes nas linhas durante a falta

As componentes simétricas da tensão na i -ésima barra durante a falta são obtidas por

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_i^{(1)}(F) &= \mathbf{V}_i^{(1)}(0) - \mathbf{Z}_{ik}^{(1)} \mathbf{I}_k^{(1)} \\ \mathbf{V}_i^{(2)}(F) &= 0 - \mathbf{Z}_{ik}^{(2)} \mathbf{I}_k^{(2)} \\ \mathbf{V}_i^{(0)}(F) &= 0 - \mathbf{Z}_{ik}^{(0)} \mathbf{I}_k^{(0)} \end{aligned} \quad (9)$$

onde $\mathbf{V}_i^{(1)}(0) = \mathbf{V}_i(0)$ é a tensão de fase pré-falta na barra i . As tensões nas fases durante a falta são

$$\mathbf{V}_i^{abc} = \mathbf{T} \times \mathbf{V}_i^{012}$$

As equações (9) podem ser representadas pelos três circuitos equivalentes de seqüências mostrados na Figura 6.

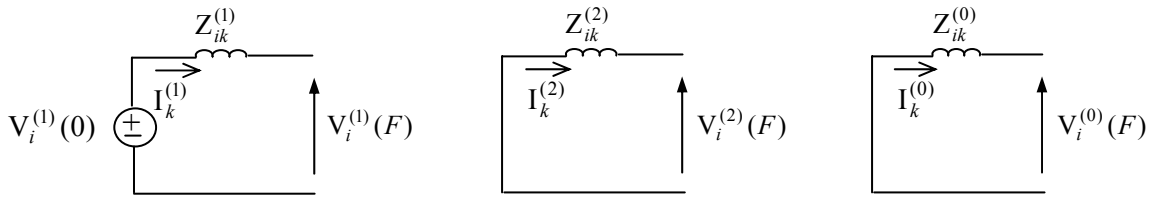


Figura 6 – Circuitos de seqüência positiva, negativa e zero

As componentes simétricas da corrente de falta em uma linha i - j (de i para j) são

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{ij}^{(1)}(F) &= \frac{\mathbf{V}_i^{(1)}(F) - \mathbf{V}_j^{(1)}(F)}{\mathbf{z}_{ij}^{(1)}} \\ \mathbf{I}_{ij}^{(2)}(F) &= \frac{\mathbf{V}_i^{(2)}(F) - \mathbf{V}_j^{(2)}(F)}{\mathbf{z}_{ij}^{(2)}} \\ \mathbf{I}_{ij}^{(0)}(F) &= \frac{\mathbf{V}_i^{(0)}(F) - \mathbf{V}_j^{(0)}(F)}{\mathbf{z}_{ij}^{(0)}} \end{aligned}$$

onde $\mathbf{z}_{ij}^{(1)}$, $\mathbf{z}_{ij}^{(2)}$ e $\mathbf{z}_{ij}^{(0)}$ são as componentes de seqüência positiva, negativa e zero da impedância-série da linha i - j . Tendo sido obtidas as componentes simétricas da corrente na linha, a corrente por fase é

$$\mathbf{I}_{ij}^{abc} = \mathbf{T} \times \mathbf{I}_{ij}^{012}$$

Exercício 1

O diagrama unifilar de um sistema de potência está mostrado na Figura 1. O neutro de cada gerador está aterrado através de um reator limitador de corrente cuja reatância é 0,0833 p.u. na base de 100 MVA. Os dados do sistema estão expressos em p.u. em uma base comum de 100 MVA, como tabelados abaixo. Os geradores estão funcionando em vazio com seus valores nominais de frequência e tensão. Pede-se determinar: (a) a corrente de falta; (b) as tensões nas barras durante a falta; (c) as correntes de falta nas linhas. Isso deve ser feito para as seguintes faltas:

- 1) Uma falta balanceada (falta trifásica) na barra 3
- 2) Uma falta da fase *a* à terra na barra 3;
- 3) Uma falta bifásica envolvendo as fases *b* e *c* na barra 3;
- 4) Uma falta bifásica-terra envolvendo as fases *b*, *c* e a terra na barra 3.

Todas as faltas ocorrem através de uma impedância de falta $Z_f = j0,1$ p.u.

Tabela de dados para o sistema

Item	Base (MVA)	Tensão (kV)	X_1 (p.u)	X_2 (p.u)	X_0 (p.u)
G ₁	100	20	0,15	0,15	0,05
G ₂	100	20	0,15	0,15	0,05
T ₁	100	20/220	0,10	0,10	0,10
T ₂	100	20/220	0,10	0,10	0,10
L ₁₂	100	220	0,125	0,125	0,30
L ₁₃	100	220	0,15	0,15	0,35
L ₂₃	100	220	0,25	0,25	0,7125

Resolver o exercício através de um programa computacional para estudo de curto-circuito, usando a matriz Z_{bar} . O programa deve ser geral, de modo que possa ser empregado para um sistema de potência com qualquer número de barras.

A fim de balizar os resultados fornecem-se abaixo as matrizes $Z_{bar}^{(1)}$, $Z_{bar}^{(2)}$ e $Z_{bar}^{(0)}$.

$$Z_{bar}^{(1)} = \begin{bmatrix} j0,1450 & j0,1050 & j0,1300 \\ & j0,1450 & j0,1200 \\ & & j0,2200 \end{bmatrix}$$

$$Z_{bar}^{(2)} = Z_{bar}^{(1)}$$

$$Z_{bar}^{(0)} = \begin{bmatrix} j0,1820 & j0,0545 & j0,1400 \\ & j0,0864 & j0,0650 \\ & & j0,3500 \end{bmatrix}$$