

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE
GOIÁS
COORDENAÇÃO DE INDÚSTRIA

Celio Corrêa Lemes Filho

**ESTUDO DE POTÊNCIA ATIVA E REATIVA EM CARGAS
ELÉTRICAS POR DIFERENTES MÉTODOS**

Jataí

2014

Celio Corrêa Lemes Filho

**ESTUDO DE POTÊNCIA ATIVA E REATIVA EM CARGAS
ELÉTRICAS POR DIFERENTES MÉTODOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás como requisito parcial para obtenção do título superior em Engenheiro Eletricista.

Orientador: Msc. Marcelo Semensato

Jataí
2014

Celio Corrêa Lemes Filho

**ESTUDO DE POTÊNCIA ATIVA E REATIVA EM CARGAS
ELÉTRICAS POR DIFERENTES MÉTODOS**

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado pela banca examinadora em
21/02/2014, com conceito APROVADO.

Msc. Marcelo Semensato

Orientador

Dr. Fernando Silva Pereira

Membro da Banca Examinadora

Msc. Dori Rodrigues de Souza

Membro da Banca Examinadora

Dedico este trabalho ao meu pai Celio, à
minha mãe Karla e à minha irmã Marília, pelo
amor, carinho e incentivo aos meus estudos e
sonhos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus pelas oportunidades e escolhas.

Agradeço o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás pela base dada ao longo desse período de 5 anos na instituição, aos professores da graduação por compartilhar seus conhecimentos e em especial ao professor Marcelo Semensato por aceitar ser orientador deste trabalho, pelo conhecimento compartilhado, paciência e disponibilidade.

Agradeço aos meus amigos de Jataí, Fabrício Mendonça, Osmar Qualhato, Murilo Mendes e Camila Ferreira integrantes da República Zezinho's pela amizade, apoio e conversas descontraídas nas rodas de tereré.

Agradeço aos meus amigos que mesmo distante continuaram grandes amigos, Marco Antônio, Lucas Moura, Luiz Ferezin, Dernisio Neto e Vinicius Bandeira.

*“A força não vem de vencer. Suas lutas
desenvolvem suas forças quando você
atravessa dificuldades e decide não se render.
Isso é força.”*

Arnold Schwarzenegger

Resumo

Nas últimas décadas a utilização de cargas não-lineares no sistema elétrico cresceu, o que antes era predominantemente cargas lineares agora é composto por cargas lineares e não-lineares. Esse aumento de cargas não-lineares trouxe benefícios quanto ao avanço de equipamentos para a sociedade, mas trouxe consigo o ônus de distorções na forma de onda da corrente e/ou tensão sendo um dos fatores que afeta a qualidade de energia.

Assim como os tipos de cargas que compõem o sistema elétrico mudaram, sendo que as formas de ondas de tensão e/ou corrente podem ter distorções harmônicas ou não, a forma de cálculo de potência empregada até o momento em formas de ondas senoidais não caberia aplicação quando há presença de distorções harmônicas.

Este trabalho trás teorias de potência para o cálculo de potência para sistemas elétricos sem a presença de neutro, sendo a forma de onda da corrente e/ou tensão composta de distorções harmônicas ou não.

Palavras - chaves: cargas não-lineares, distorções harmônicas, cálculo de potência, teorias de potência.

Abstract

In recent decades the use of nonlinear loads in power system grew, what was once predominantly linear loads is now composed of linear and nonlinear loads. This increase of nonlinear loads when brought benefits to the advancement of equipment for the company, but brought with it the burden of distortions in the waveform of the current and/or voltage being one of the factors that affect the power quality power.

As well as the types of loads that make up the electrical system changed, and the waveforms of voltage and/or current can have harmonic distortion or not, the form of power calculation employs so far in forms of sine waves would not fit application when there is the presence of harmonic distortion.

This work theories behind the calculation of power for electric power systems without the presence of neutral, with the waveform of the current and/or voltage composed of harmonic distortion or not.

Key - words: nonlinear loads, harmonic distortion, power calculation, theories of power.

Lista de figuras

Figura 01 - Triângulo de potências	21
Figura 02 - Tetraedro de potências	24
Figura 03 - Representação gráfica dos VEI's tensão e corrente no plano complexo $\alpha\beta$...	28
Figura 04 - Sistema elétrico equilibrado no <i>software</i> Matlab®	32
Figura 05 - Modelo retificador trifásico de onda completa – não controlado	33
Figura 06 - Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas no <i>software</i> Matlab®	33
Figura 07 - Modelo retificador trifásico de onda completa –controlado	34
Figura 08 - Sistema elétrico com alta presença de harmônicas no <i>software</i> Matlab®	35
Figura 09 - Subsistema do cálculo da potência ativa	36
Figura 10 - Subsistema do cálculo da potência reativa	36
Figura 11 - Subsistema do cálculo da potência harmônica	37
Figura 12 - Subsistema do cálculo da potência real pela teoria p-q	38
Figura 13 - Subsistema do cálculo da potência imaginária pela teoria p-q	39
Figura 14 - Subsistema do cálculo da potência complexa instantânea ativa e reativa	40
Figura 15 - Gráfico da corrente em função do tempo no sistema elétrico equilibrado com carga linear	41
Figura 16 - Gráfico da tensão em função do tempo no sistema elétrico equilibrado com carga linear	42
Figura 17 - Gráfico da corrente na fase A do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	43
Figura 18 - Gráfico da corrente na fase B do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	43
Figura 19 - Gráfico da corrente na fase C do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	44
Figura 20 - Gráfico da corrente nas fases A, B, C do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	44
Figura 21 - Gráfico da tensão nas fases A, B, C do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	46
Figura 22 - Gráfico da corrente na fase A do sistema elétrico com alta presença de harmônicas	47

Figura 23 - Gráfico da corrente na fase B do sistema elétrico com alta presença de harmônicas	47
Figura 24 - Gráfico da corrente na fase C do sistema elétrico com alta presença de harmônicas	48
Figura 25 - Gráfico da corrente nas fases A, B, C do sistema elétrico com alta presença de harmônicas	48
Figura 26 - Cálculo da potência real pela teoria p – q no sistema elétrico equilibrado com carga linear	50
Figura 27 - Cálculo da potência imaginária pela teoria p – q no sistema elétrico equilibrado com carga linear	51
Figura 28 - Cálculo da potência real pela teoria p – q no sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	51
Figura 29 - Cálculo da potência imaginária pela teoria p – q no sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	52
Figura 30 - Cálculo da potência real pela teoria p – q no sistema elétrico com alta presença de harmônicas	52
Figura 31 - Cálculo da potência imaginária pela teoria p – q no sistema elétrico com alta presença de harmônicas	53
Figura 32 - Potência Complexa Instantânea do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	55
Figura 33 - Potência Complexa Instantânea do sistema elétrico com alta presença de harmônicas	55

Lista de tabelas

Tabela 01 - Período de diodos ligados durante um ciclo	45
Tabela 02 - Grandezas obtidas através da Teoria da Potência Complexa com distorções harmônicas	49
Tabela 03 - Valores de potência real média e imaginária média, obtidas através da teoria $p - q$	53
Tabela 04 - Grandezas obtidas através da Teoria da Potência Complexa Instantânea no sistema elétrico equilibrado com carga linear	54
Tabela 05 - Valores de potência real média e imaginária média, obtidas através da Teoria da Potência Complexa Instantânea	56

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
2	AS TEORIAS DE POTÊNCIA	14
2.1	Definição de potência	14
2.2	Potência Convencional	14
2.3	Potência Complexa com Distorções Harmônicas	20
2.4	A Teoria $p - q$	25
2.5	Teoria da Potência Complexa Instantânea	27
3	MODELAGEM	31
3.1	Parâmetros e modelagem dos sistemas elétricos	31
3.1.1	Sistema elétrico equilibrado com carga linear	31
3.1.2	Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	32
3.1.3	Sistema elétrico com alta presença de harmônicas	34
3.2	Modelagem das teorias de potência	35
3.2.1	Modelagem Potência Complexa com Distorções Harmônicas	35
3.2.2	Modelagem da Teoria $p - q$	37
3.2.3	Modelagem da simulação da Teoria da Potência Complexa Instantânea	40
4	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	41
4.1	Sistema elétrico equilibrado com carga linear	41
4.2	Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	42
4.3	Sistema elétrico com alta presença de harmônicas	46
4.4	Cálculo da potência nos diferentes tipos de sistemas elétricos simulados por distintos métodos	49
5	CONCLUSÃO	57
5.1	Conclusão	57
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	58
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59

1 INTRODUÇÃO

Com a presença de cargas não-lineares no sistema elétrico que causam distorções harmônicas nas formas de ondas da tensão e/ou corrente, o cálculo de potência convencional ficou defasado, uma vez que foi desenvolvido para sistemas elétricos equilibrados sem distorções.

A partir de então novas formas de cálculo de potência foram criadas para que fosse possível o cálculo de potência em sistemas elétricos abrangentes ao ponto que se pudesse ser empregadas em sistemas que continham distorções nas suas formas de ondas de tensão e/ou corrente.

Além da teoria convencional para cálculo de potência este trabalho apresentará às seguintes teorias de potência:

- Teoria da Potência Complexa com Distorções Harmônicas;
- Teoria $p - q$;
- Teoria da Potência Complexa Instantânea.

As teorias de potência serão aplicadas em três casos de sistemas elétricos sem a presença de neutro:

- Sistema elétrico com carga linear;
- Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas;
- Sistema elétrico com alta presença de harmônicas.

Neste trabalho de conclusão de curso serão apresentadas as simulações, resultados e comparações entre as teorias de potências utilizadas nos sistemas elétricos simulados.

2 AS TEORIAS DE POTÊNCIA

2.1 Definição de potência

Os circuitos elétricos podem ser analisados com interesse na energia, sendo esta energia fornecida pelas fontes ou pela energia em componentes no circuito, visto que nos componentes esta energia pode ser consumida ou armazenada.

Podemos analisar esta energia em termo de potência. Defini-se potência como uma quantidade de energia em função do tempo.

$$p = \frac{E}{\Delta t} \quad (2.1.1)$$

O conceito de potência elétrica é construído através da definição de tensão (diferença de potencial) e de corrente elétrica. Segundo Alexander e Sadiku [1], “Tensão (ou diferença de potencial) é a energia necessária para mover uma unidade de carga através de um elemento” e “Corrente elétrica é a taxa de variação da carga em relação ao tempo”.

Através da variação de carga elétrica temos uma quantidade de carga elétrica se deslocando no tempo, corrente, mas para realizar este deslocamento é necessária energia, tensão. Portanto, com o produto entre tensão e corrente elétrica temos a quantidade de energia que seria necessária para o deslocamento de certa quantidade de carga elétrica em um intervalo de tempo. Denomina-se então o produto entre tensão e corrente elétrica como potência elétrica.

$$p = v \cdot i \quad (2.1.2)$$

A equação (2.1.2) pode ser utilizada tanto para corrente contínua em que os valores de tensão (v) e corrente elétrica (i) são constantes como para corrente alternada em que os valores de tensão (v) e corrente elétrica (i) são variáveis no tempo. Quando a potência é positiva o elemento fornece potência e se caso for negativa recebe potência.

2.2 Potência Convencional

Como já foi mencionado no subitem 2.1, a potência é o produto entre tensão e corrente. Aplicando este conceito em corrente alternada, em que tensão e corrente são

variáveis no tempo, obtemos uma potência também variável no tempo, denominada potência instantânea.

Considerando um sistema monofásico senoidal, em que tensão e corrente são:

$$v(t) = Vp \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_v) \quad (2.2.1)$$

$$i(t) = Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i) \quad (2.2.2)$$

Adotando $\varphi_v = 0$ como referência, a diferença angular entre tensão e corrente será φ_i , fazendo o produto entre tensão e corrente:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) \quad (2.2.3)$$

$$p(t) = [Vp \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)] \cdot [Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i)] \quad (2.2.4)$$

$$p(t) = Vp \cdot Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i) \quad (2.2.5)$$

Nota-se que pode utilizar a seguinte relação trigonométrica na equação (2.2.5):

$$\text{sen}(a) \cdot \text{sen}(b) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(a - b) - \cos(a + b)] \quad (2.2.6)$$

Relacionando o produto dos senos da equação (2.2.5) com a relação trigonométrica da equação (2.2.6) e fazendo as devidas manipulações matemáticas:

$$\begin{aligned} & \text{sen}(\underbrace{\omega \cdot t}_a) \cdot \text{sen}(\underbrace{\omega \cdot t - \varphi_i}_b) = \\ & = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\underbrace{\omega \cdot t}_a - \underbrace{(\omega \cdot t - \varphi_i)}_b) - \cos(\underbrace{\omega \cdot t}_a + \underbrace{\omega \cdot t - \varphi_i}_b)] \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

Substituindo o produto dos senos da equação (2.2.5) pela expressão desenvolvida através da relação trigonométrica da equação (2.2.7), temos:

$$p(t) = Vp \cdot Ip \cdot \frac{1}{2} \cdot [\cos(\omega \cdot t - \omega \cdot t + \varphi_i) - \cos(\omega \cdot t + \omega \cdot t - \varphi_i)] \quad (2.2.8)$$

Assim, temos que:

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i)] \quad (2.2.9)$$

Podemos separar a equação (2.2.9) em duas parcelas, a primeira parcela em torno do valor de $\cos(\varphi_i)$ e a segunda parcela em torno do valor $\cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i)$, então:

$$p(t) = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot \cos(\varphi_i)}_{1^{\text{a}} \text{ parcela}} - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i)}_{2^{\text{a}} \text{ parcela}} \quad (2.2.10)$$

Analisando as duas parcelas separadamente percebemos que a primeira parcela não depende do tempo, o argumento do cosseno depende somente do ângulo de defasagem da corrente em relação à tensão, assim o valor da primeira parcela é um valor constante no tempo. Na segunda parcela nota-se que o argumento do cosseno depende do tempo, ou seja, esse termo é variável em função do tempo. Ao cosseno da segunda parcela podemos aplicar a seguinte relação trigonométrica:

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cdot \cos(b) + \text{sen}(a) \cdot \text{sen}(b) \quad (2.2.11)$$

Relacionando a subtração dos argumentos do cosseno da equação (2.2.10) com a relação trigonométrica da equação (2.2.11) e fazendo as devidas manipulações:

$$\cos\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot t}{a} - \frac{\varphi_i}{b}\right) = \cos\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot t}{a}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi_i}{b}\right) + \text{sen}\left(\frac{2 \cdot \omega \cdot t}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{\varphi_i}{b}\right) \quad (2.2.12)$$

Substituindo a subtração dos argumentos do cosseno da equação (2.2.10) pela expressão desenvolvida através da relação trigonométrica a equação (2.2.12), temos:

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot \cos(\varphi_i) - \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(2 \cdot \omega \cdot t) \cdot \cos(\varphi_i) + \text{sen}(2 \cdot \omega \cdot t) \cdot \text{sen}(\varphi_i)] \quad (2.2.13)$$

Fazendo algumas manipulações matemáticas, respectivamente:

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot \cos(\varphi_i) \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) + \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot \text{sen}(\varphi_i) \cdot \text{sen}(2 \cdot \omega \cdot t) \quad (2.2.14)$$

Na equação (2.2.14) podemos substituir os valores de tensão de pico como também de corrente de pico (Vp, Ip) pelos seus valores eficazes (V, I), deste caso como é uma onda senoidal $Vp = \sqrt{2} \cdot V$ e $Ip = \sqrt{2} \cdot I$, assim:

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\varphi_i) \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) + \\ - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot V \cdot \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \quad (2.2.15)$$

$$p(t) = V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i) \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) - V \cdot I \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \quad (2.2.16)$$

A equação (2.2.16) pode ser separada em duas parcelas:

$$p(t) = \underbrace{V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i) \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t))}_{1^{\text{a}} \text{ parcela}} - \underbrace{V \cdot I \cdot \sin(\varphi_i) \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t)}_{2^{\text{a}} \text{ parcela}} \quad (2.2.17)$$

A primeira parcela tem um valor constante ($V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i)$) e um valor oscilatório ($V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i) \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t)$). No valor oscilatório temos o valor médio nulo e para a constante o valor médio será o próprio valor da constante, assim o valor médio desta parcela é de ($V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i)$). A frequência será o dobro da frequência de alimentação e observando os valores desta parcela nota-se que nunca assumirá valores negativos. A segunda parcela tem somente valor oscilatório, portanto seu valor médio é nulo, oscilando também com o dobro da frequência da rede. Percebe-se que a parte oscilante da primeira parcela está em quadratura com a parte oscilante da segunda parcela.

Na primeira parcela a parte $V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i)$ é definida como P , denominada como potência ativa média. Esta potência ativa média é a parte da potência que realiza trabalho ou que é transformada em calor, portanto esta potência tem seu valor médio não nulo. Na segunda parcela o valor de pico na parte oscilante é definido como Q , denominada como potência reativa. A potência reativa é a parte da potência que flui da carga para a fonte e da fonte para a carga, assim obtendo como resultado um valor médio nulo. Com essas definições temos:

$$P = V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i) \quad (2.2.18)$$

$$Q = V \cdot I \cdot \sin(\varphi_i) \quad (2.2.19)$$

$$p(t) = P \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t)) - Q \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \quad (2.2.20)$$

No caso de um sistema trifásico equilibrado expandimos o sistema senoidal monofásico, assim o sistema trifásico será composto de três sistemas monofásicos independentes. A potência instantânea total em um sistema trifásico equilibrado será a soma da potência instantânea em cada fase.

$$p(t)_{3\phi} = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) \quad (2.2.21)$$

De forma análoga ao cálculo da potência para um sistema monofásico fazemos o cálculo para cada fase do sistema trifásico. Deve-se levar em consideração que as fases estão defasadas em 120° . Adotando as mesmas referências do caso monofásico e o sistema trifásico em sequência positiva, identificando as relações trigonométricas e fazendo as manipulações matemáticas, temos:

$$v(t)_A = Vp \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (2.2.22)$$

$$v(t)_B = Vp \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - 120^\circ) \quad (2.2.23)$$

$$v(t)_C = Vp \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + 120^\circ) \quad (2.2.24)$$

$$i(t)_A = Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i) \quad (2.2.25)$$

$$i(t)_B = Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i - 120^\circ) \quad (2.2.26)$$

$$i(t)_C = Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i + 120^\circ) \quad (2.2.27)$$

Cálculo da potência instantânea na fase A do sistema trifásico:

$$p_A(t) = v(t)_A \cdot i(t)_A \quad (2.2.28)$$

$$p_A(t) = [Vp \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)] \cdot [Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i)] \quad (2.2.29)$$

$$p_A(t) = \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i)] \quad (2.2.30)$$

Cálculo da potência instantânea na fase B do sistema trifásico:

$$p_B(t) = v(t)_B \cdot i(t)_B \quad (2.2.31)$$

$$p_B(t) = [Vp \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - 120^\circ)] \cdot [Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i - 120^\circ)] \quad (2.2.32)$$

$$p_B(t) = \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i - 240^\circ)] \quad (2.2.33)$$

Cálculo da potência instantânea na fase C do sistema trifásico:

$$p_C(t) = v(t)_C \cdot i(t)_C \quad (2.2.34)$$

$$p_c(t) = [Vp \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + 120^\circ)] \cdot [Ip \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_i + 120^\circ)] \quad (2.2.35)$$

$$p_c(t) = \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i + 240^\circ)] \quad (2.2.36)$$

A potência instantânea total no sistema trifásico será:

$$p(t)_{3\phi} = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) \quad (2.2.37)$$

$$\begin{aligned} p(t)_{3\phi} &= \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i)] + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i - 240^\circ)] \\ &+ \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i + 240^\circ)] \end{aligned} \quad (2.2.38)$$

Na equação (2.2.38) adotaremos $\alpha = 2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_i$ para poder utilizar as relações trigonométricas, assim:

$$\begin{aligned} p(t)_{3\phi} &= \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(\alpha)] + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(\alpha - 240^\circ)] \\ &+ \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [\cos(\varphi_i) - \cos(\alpha + 240^\circ)] \end{aligned} \quad (2.2.39)$$

De acordo com a relação trigonométrica:

$$\cos(a - b) = \cos(a) \cdot \cos(b) + \text{sen}(a) \cdot \text{sen}(b) \quad (2.2.40)$$

$$\cos\left(\underbrace{\alpha}_{a} - \underbrace{240^\circ}_{b}\right) = \cos\left(\underbrace{\alpha}_{a}\right) \cdot \cos\left(\underbrace{240^\circ}_{b}\right) + \text{sen}\left(\underbrace{\alpha}_{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\underbrace{240^\circ}_{b}\right) \quad (2.2.41)$$

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \text{sen}(a) \cdot \text{sen}(b) \quad (2.2.42)$$

$$\cos\left(\underbrace{\alpha}_{a} + \underbrace{240^\circ}_{b}\right) = \cos\left(\underbrace{\alpha}_{a}\right) \cdot \cos\left(\underbrace{240^\circ}_{b}\right) - \text{sen}\left(\underbrace{\alpha}_{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\underbrace{240^\circ}_{b}\right) \quad (2.2.43)$$

Substituindo os valores encontrados na equação (2.2.41) e (2.2.43) na equação (2.2.39) temos que:

$$p(t)_{3\phi} = \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [3 \cdot \cos(\varphi_i) - \cos(\alpha) - 2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(240^\circ)] \quad (2.2.44)$$

Substituindo $\cos(240^\circ) = -1/2$ e os valores de tensão de pico como também de corrente de pico (Vp, Ip) pelos seus respectivos valores eficazes (V, I) a equação (2.2.44) se reduz a:

$$p(t)_{3\phi} = \frac{1}{2} \cdot Vp \cdot Ip \cdot [3 \cdot \cos(\varphi_i) - \cos(\alpha) - 2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)] \quad (2.2.45)$$

$$p(t)_{3\phi} = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i) \quad (2.2.46)$$

Ao observar a equação (2.2.46) vemos que o valor de $p(t)_{3\phi}$ é três vezes o valor definido como P, potência ativa média, assim podemos concluir que a potência trifásica instantânea é constante e igual ao seu valor médio. Assim temos que:

$$p(t)_{3\phi} = 3 \cdot P = P_{3\phi} \quad (2.2.47)$$

Cada fase está defasada em 120° e a soma dos valores denominados como potência reativa de cada fase no mesmo tempo é zero. A potência reativa instantânea existe em cada uma das fases. Define-se o valor da potência reativa instantânea como:

$$Q_{3\phi} = 3 \cdot Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \text{sen}(\varphi_i) \quad (2.2.48)$$

2.3 Potência Complexa com Distorções Harmônicas

As equações de tensão e corrente senoidal, as equações (2.2.1) e (2.2.2), podem ser escritas em forma de fasor:

$$\dot{V} = V \angle \varphi_v \quad (2.3.1)$$

$$\dot{I} = I \angle \varphi_i \quad (2.3.2)$$

Defini-se potência complexa o produto entre o fasor de tensão e o fasor da corrente elétrica e sua unidade de medida será volt-ampère.

$$S = \dot{V} \cdot \dot{I}^* \quad (2.3.3)$$

Adotando $\varphi_v = 0$ como referência, a diferença angular entre tensão e corrente será φ_i , então a potência complexa será:

$$S = V \cdot I \cdot \angle \varphi_i \quad (2.3.4)$$

Na forma cartesiana:

$$S = V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i) + j \cdot V \cdot I \cdot \sen(\varphi_i) \quad (2.3.5)$$

Na equação (2.3.5) podemos identificar dois valores já definidos no subitem 2.2, o valor real denominado como potência ativa (P) e o valor imaginário denominado potência reativa (Q).

$$P = V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i) \quad (2.3.6)$$

$$Q = V \cdot I \cdot \sen(\varphi_i) \quad (2.3.7)$$

Então a potência complexa também pode ser escrita na seguinte forma:

$$S = P + j \cdot Q \quad (2.3.8)$$

A potência ativa e a potência reativa podem ser representadas pelo triângulo de potências, já que P e Q estão em quadratura, conforme a figura 01.

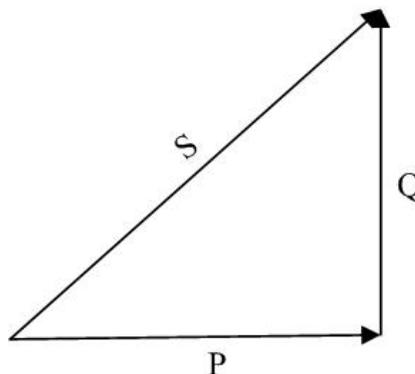


Figura 01- Triângulo de potências

O módulo da potência complexa é denominado de potência aparente. Com a formação do triângulo das potências podemos chegar à seguinte fórmula:

$$|S|^2 = P^2 + Q^2 \quad (2.3.9)$$

$$|S|^2 = \underbrace{(V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i))^2}_P + \underbrace{(V \cdot I \cdot \text{sen}(\varphi_i))^2}_Q \quad (2.3.10)$$

$$|S|^2 = V^2 \cdot I^2 \cdot (\cos(\varphi_i)^2 + \text{sen}(\varphi_i)^2) \quad (2.3.11)$$

Podemos empregar a seguinte relação trigonométrica na equação (2.3.11):

$$\cos(a)^2 + \text{sen}(a)^2 = 1 \quad (2.3.12)$$

Assim temos:

$$|S| = \sqrt{V^2 \cdot I^2 \cdot \underbrace{(\cos(\varphi_i)^2 + \text{sen}(\varphi_i)^2)}_{\cos(a)^2 + \text{sen}(a)^2 = 1}} \quad (2.3.13)$$

$$|S|^2 = V^2 \cdot I^2 \quad (2.3.14)$$

$$|S| = V \cdot I \quad (2.3.15)$$

Através da figura 01 podemos fazer a relação entre potência ativa e a aparente, essa relação é denominada como fator de potência. O fator de potência mostra a eficiência em que a energia esta sendo utilizada, assim pelo triângulo temos a fórmula do fator de potência:

$$FP = \cos(\varphi_i) = \frac{P}{|S|} \quad (2.3.16)$$

Em um sistema monofásico podemos encontrar a presença de harmônicas, estas sendo indesejáveis no sistema, assim as fórmulas da potência complexa colocadas até o momento sofrem um estudo mais abrangente, pois a potência complexa é para um sistema monofásico equilibrado sem distorções.

Portanto, para sistema monofásico com presença de harmônicas será abordada a Teoria da Potência Complexa com Distorções Harmônicas. Em um sistema monofásico podemos ter distorções harmônicas na tensão e na corrente elétrica ou distorções somente na corrente elétrica sendo assim a tensão senoidal.

Primeiramente será tratado o caso em que a corrente sofre distorções harmônicas e a tensão permanece senoidal. A princípio a forma como o valor eficaz é calculado será diferente

para a corrente elétrica, pois a onda não será puramente senoidal. A seguir a fórmula da corrente no tempo com múltiplas frequências:

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_1) + \sqrt{2} \cdot I_2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \omega \cdot t - \varphi_2) + \dots \quad (2.3.17)$$

A corrente eficaz será calculada da seguinte forma:

$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt} \quad (2.3.18)$$

Para cálculo da potência utiliza-se a equação (2.3.14) da potência aparente, sendo a equação (2.3.18) o novo valor de corrente eficaz temos:

$$|S|^2 = V^2 \cdot (\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots})^2 \quad (2.3.19)$$

$$|S|^2 = V^2 \cdot (I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots) \quad (2.3.20)$$

Ao realizar o produto na equação (2.3.20) podemos separar os produtos em dois termos: o termo de produto de frequência igual, que em um intervalo de tempo produz potência ativa e reativa, e o termo de frequências diferentes, que em um intervalo de tempo produzem zero de potência útil, por seu valor médio ser igual à zero, respectivamente:

$$|S|^2 = V^2 \cdot I_1^2 + V^2 \cdot (I_2^2 + I_3^2 + \dots) \quad (2.3.21)$$

Podemos colocar a relação da equação (2.3.10) que envolve seno e cosseno na equação (2.3.21) no termo de frequência igual:

$$|S|^2 = \underbrace{(V \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_i))^2}_P + \underbrace{(V \cdot I_1 \cdot \text{sen}(\varphi_i))^2}_Q + V^2 \cdot (I_2^2 + I_3^2 + \dots) \quad (2.3.22)$$

$$|S|^2 = P^2 + Q^2 + V^2 \cdot (I_2^2 + I_3^2 + \dots) \quad (2.3.23)$$

Assim o termo de frequências diferentes é denominado de potência harmônica, sendo definido pela letra H. Então:

$$|S|^2 = P^2 + Q^2 + H^2 \quad (2.3.24)$$

Na potência complexa temos o triângulo de potências e agora na potência complexa com distorções harmônicas com a presença do H (potência harmônica) teremos o tetraedro de potências.

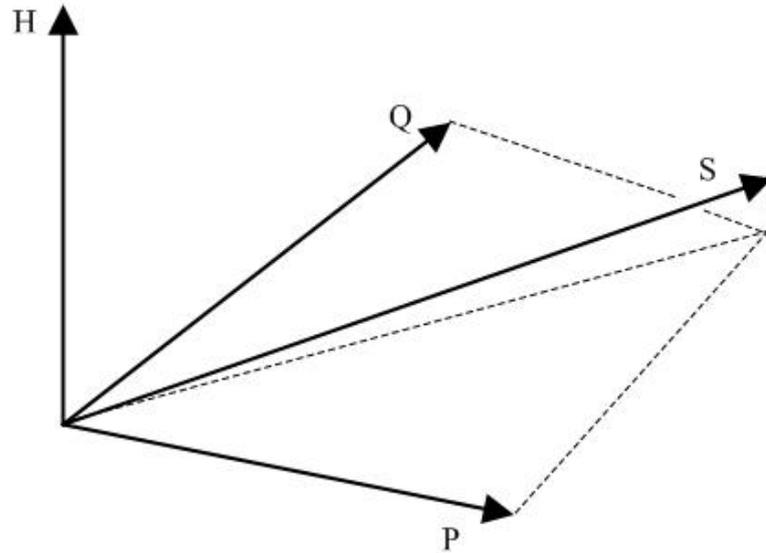


Figura 02 – Tetraedro de potências

Através do tetraedro de potências obtemos o fator de deslocamento, este sendo o fator de potência convencional, que também pode ser chamado de fator de potência fundamental por depender somente da componente fundamental.

$$\text{fator de deslocamento ou fator de potência fundamental} = \cos\varphi_1 \quad (2.3.25)$$

No estudo do segundo caso em que temos distorções harmônicas tanto na corrente elétrica quanto na tensão temos:

$$v_a(t) = \sqrt{2} \cdot V_1 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + \sqrt{2} \cdot V_2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \omega \cdot t + \delta_2) + \dots \quad (2.3.26)$$

$$i_a(t) = \sqrt{2} \cdot I_1 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \varphi_1) + \sqrt{2} \cdot I_2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \omega \cdot t + \delta_2 - \varphi_2) + \dots \quad (2.3.27)$$

O valor eficaz da corrente elétrica com distorções harmônicas será calculado como no caso anterior e o cálculo do valor eficaz da tensão com distorções será da seguinte forma:

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \dots} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v^2 dt} \quad (2.3.28)$$

A forma do cálculo da potência com distorções harmônicas na tensão e corrente elétrica será de forma semelhante ao caso anterior, em que tínhamos somente distorções na corrente elétrica. Assim na fórmula da potência aparente temos:

$$|S|^2 = (V_1^2 \cdot I_1^2 + V_2^2 \cdot I_2^2 + \dots) + (V_1^2 \cdot I_2^2 + V_1^2 \cdot I_3^2 + \dots) \quad (2.3.29)$$

$$P = V_1^2 \cdot I_1^2 \cdot \cos(\varphi_1) + V_2^2 \cdot I_2^2 \cdot \cos(\varphi_2) + \dots \quad (2.3.30)$$

$$Q = V_1^2 \cdot I_1^2 \cdot \sin(\varphi_1) + V_2^2 \cdot I_2^2 \cdot \sin(\varphi_2) + \dots \quad (2.3.31)$$

$$|S|^2 = P^2 + Q^2 + H^2 \quad (2.3.32)$$

Podemos notar que neste caso temos várias frequências tanto para tensão como também para corrente, assim o valor de P e Q será a somatória desses valores de mesma frequência. Todas as relações do tetraedro de potência estabelecidas no caso anterior valem para este caso.

2.4 A Teoria p - q

A teoria de Akagi propôs o cálculo de potência ativa e reativa de forma instantânea em sistemas trifásicos, podendo ser utilizada em regimes transitório e permanente, como também para formas de ondas contendo harmônicas ou não.

Essa teoria utiliza a transformada de Clark para transformar um sistema de três fases (a-b-c) para duas fases (α - β). Nesta transformação as coordenadas são ortogonais e tomando a fase a como fase α (referência).

A transformada de Clark é dada da seguinte forma para tensões e correntes:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_\alpha \\ v_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_b \end{bmatrix} \quad (2.4.1)$$

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.4.2)$$

Em termo de potência essa teoria propõe três tipos de potência, são elas: potência real (p), potência imaginária (q) e sequência zero (p_0). Como podemos ver os nomes são diferentes aos definidos anteriormente nas outras teorias, assim o conceito envolvido para cada potência também é diferente.

De acordo com Watanabe e Stephan [2], Akagi et al. (1983) e (1984) propõe a definição de uma variável (q), essa variável é obtida pelo produto da tensão pela corrente adiantada de 90°.

$$q(t) = v_\alpha \cdot i_\beta - v_\beta \cdot i_\alpha \quad (2.4.3)$$

A sequência zero, potência real e imaginária são calculadas da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_0 & 0 & 0 \\ 0 & v_\alpha & v_\beta \\ 0 & v_\beta & -v_\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_0 \\ i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (2.4.4)$$

Podemos ver que a potência imaginária da equação (2.4.4) difere da equação (2.4.3) proposta por Akagi. Segundo Watanabe e Aredes [3], a mudança de sinal ocorre para que quando a carga for indutiva seus valores médios sejam positivos, isto quando a tensão for de sequência positiva.

As seguintes relações entre as coordenadas α - β -0 e a-b-c podem ser feitas:

$$p_{3\phi} = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c = v_\alpha \cdot i_\alpha + v_\beta \cdot i_\beta + v_0 \cdot i_0 = p + p_0 \quad (2.4.5)$$

$$q = -v_\alpha \cdot i_\beta + v_\beta \cdot i_\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot ((v_a - v_b) \cdot i_c + (v_b - v_c) \cdot i_a + (v_c - v_a) \cdot i_b) \quad (2.4.6)$$

Como podemos ver na equação (2.4.6) a potência imaginária independe da potência de sequência zero, pois a sequência zero está relacionada com a potência real. A equação (2.4.5) representa a potência ativa trifásica instantânea, sendo a potência de sequência zero não desejável nos sistemas elétricos (potência de neutro), por indicar desequilíbrios.

As potências instantâneas real, imaginária e sequência zero são constituídas de valores médios e oscilantes, assim:

$$p_0 = \bar{p}_0 + \tilde{p}_0 \quad (2.4.7)$$

$$p = \bar{p} + \tilde{p} \quad (2.4.8)$$

$$q = \bar{q} + \tilde{q} \quad (2.4.9)$$

Os valores médios \bar{p} e \bar{q} são constituídos do produto de tensão e corrente de mesma frequência e sequência, o valor de \bar{p} é o mesmo de $P_{3\phi} = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos(\varphi_i)$ e o valor de \bar{q} é o mesmo valor de $Q_{3\phi} = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin(\varphi_i)$ calculados na teoria do subitem 2.2. Os valores oscilantes \tilde{p} e \tilde{q} são formados quando há existência de frequência harmônica de componentes de sequência diferente.

De acordo com Afonso, Aredes, Watanabe, Martins [4] os conceitos físicos de:

\tilde{p}_0 : potência trocada da fonte para a carga através da tensão e corrente de sequência zero.

\bar{p}_0 : potência que é transferida entre a fonte e a carga através de corrente e tensão de sequência zero. Esta sequência zero somente existe em sistemas trifásicos com a presença de neutro.

\bar{p} : energia que é transferida da fonte para a carga.

\tilde{p} : potência que é trocada entre a fonte e a carga.

q : potência que é trocada entre as fases da carga.

Para corrigir as componentes harmônicas do sistema trifásico, sem neutro, é preciso eliminar as potências oscilantes \tilde{p} e \tilde{q} .

2.5 Teoria da Potência Complexa Instantânea

A teoria da potência complexa instantânea proposta por Milanez [5] apresenta o cálculo da potência complexa em sistemas trifásicos sem neutro como uma grandeza variável no tempo, podendo ser utilizada em regimes transitório e permanente, como também para formas de ondas contendo harmônicas ou não.

A teoria da potência instantânea utiliza-se de vetor espacial instantâneo (VEI), que é um vetor que pode ter amplitude e velocidade angular variável em função do tempo, em um plano complexo α - β .

Milanez [5] obtém o VEI da tensão como também da corrente no plano complexo pela transformada de Clark.

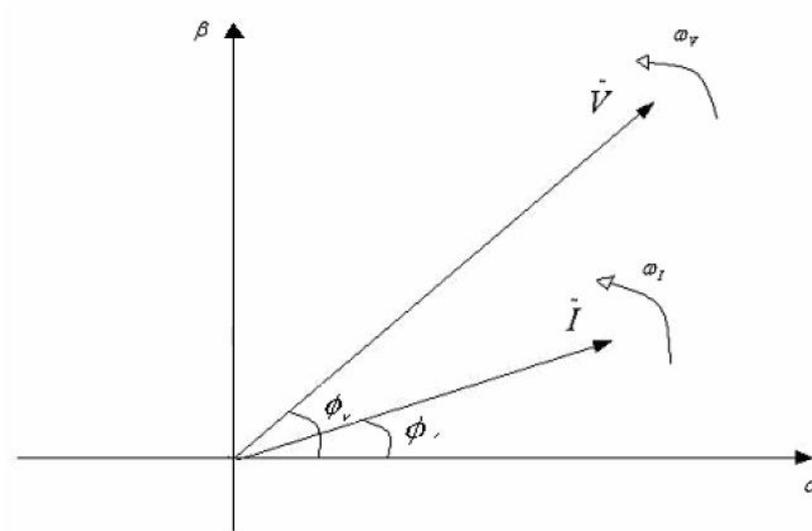


Figura 03 – Representação gráfica dos VEI's tensão e corrente no plano complexo $\alpha\beta$.

Fonte: [6]

No plano complexo α - β na forma cartesiana temos:

$$\tilde{V} = V_{\alpha} + j \cdot V_{\beta} \quad (2.5.1)$$

$$\tilde{I} = I_{\alpha} + j \cdot I_{\beta} \quad (2.5.2)$$

Na forma polar para um instante qualquer:

$$\tilde{V} = |\tilde{V}| \cdot e^{j\phi_V} \quad (2.5.3)$$

$$\tilde{I} = |\tilde{I}| \cdot e^{j\phi_I} \quad (2.5.4)$$

Com as velocidades angulares:

$$\omega_V = \frac{d}{dt} \phi_V \quad (2.5.5)$$

$$\omega_I = \frac{d}{dt} \phi_I \quad (2.5.6)$$

Podemos definir o vetor espacial instantâneo da tensão como também da corrente na forma vetorial em termos das variáveis nas coordenadas a-b-c, respectivamente:

$$\tilde{V} = \frac{2}{3}(v_a + a v_b + a^2 v_c) \quad (2.5.7)$$

$$\tilde{I} = \frac{2}{3}(i_a + a i_b + a^2 i_c) \quad (2.5.8)$$

Sendo $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$.

A potência complexa instantânea é definida pelo produto do vetor espacial instantâneo tensão pelo conjugado do vetor espacial instantâneo corrente, assim:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \cdot \tilde{V} \cdot \tilde{I}^* \quad (2.5.9)$$

Substituindo \tilde{V} e \tilde{I} do plano complexo α - β da equação (2.5.9) pelas suas respectivas coordenadas cartesianas:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \cdot (V_\alpha + j \cdot V_\beta) \cdot (I_\alpha + j \cdot I_\beta)^* \quad (2.5.10)$$

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \cdot (V_\alpha \cdot I_\alpha - j \cdot V_\alpha \cdot I_\beta + j \cdot V_\beta \cdot I_\alpha + V_\beta \cdot I_\beta) \quad (2.5.11)$$

Separando em parte real (P), denominada de potência real instantânea, e imaginária (Q), denominada de potência imaginária instantânea, a equação (2.5.11) tem:

$$P = \frac{3}{2} \cdot (V_\alpha \cdot I_\alpha + V_\beta \cdot I_\beta) \quad (2.5.12)$$

$$Q = \frac{3}{2} \cdot (V_\beta \cdot I_\alpha - V_\alpha \cdot I_\beta) \quad (2.5.13)$$

As potências, real trifásica instantânea e imaginária trifásica instantânea, em termos de coordenadas a-b-c respectivamente:

$$P = v_a \cdot i_a + v_b \cdot i_b + v_c \cdot i_c \quad (2.5.14)$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot (v_b \cdot i_a - v_a \cdot i_b) \quad (2.5.15)$$

Se ao invés de coordenadas cartesianas substituirmos \tilde{V} e \tilde{I} por coordenadas polares, adotando φ como a diferença angular entre tensão e corrente, temos:

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \cdot |\tilde{V}| \cdot |\tilde{I}| \cdot e^{j \cdot \varphi} \quad (2.5.16)$$

$$\tilde{S} = \frac{3}{2} \cdot |\tilde{V}| \cdot |\tilde{I}| \cdot \cos(\varphi) + j \cdot \frac{3}{2} \cdot |\tilde{V}| \cdot |\tilde{I}| \cdot \text{sen}(\varphi) \quad (2.5.17)$$

Separando em parte real (P) e imaginária (Q):

$$P = \frac{3}{2} \cdot |\tilde{V}| \cdot |\tilde{I}| \cdot \cos(\varphi) \quad (2.5.18)$$

$$Q = \frac{3}{2} \cdot |\tilde{V}| \cdot |\tilde{I}| \cdot \text{sen}(\varphi) \quad (2.5.19)$$

Como se trata de uma potência complexa instantânea pode-se ter o valor do fator de potência de forma instantâneo, assim:

$$FPI = \frac{P}{|\tilde{S}|} = \cos(\varphi) \quad (2.5.20)$$

3 MODELAGEM

Nas simulações dos sistemas elétricos sem a presença de neutro será calculado as potências, utilizando no cálculo de potência as teorias de potência mencionadas no capítulo anterior, contamos com uma ferramenta computacional, o *software* Matlab® versão 7.6.0.324 (R2008a) que possui a ferramenta Simulink. O Simulink dispõe de diversas bibliotecas para simulações dentre as quais neste trabalho foi utilizada a seguinte: SimPowerSystems. A modelagem de cada teoria de cálculo de potência é feita através de diagramas de blocos no Simulink.

3.1 Parâmetros e modelagem dos sistemas elétricos

Para a aplicação das teorias de potência apresentadas neste trabalho simulamos três situações nos sistemas elétricos, são elas: sistema elétrico equilibrado com carga linear, sistema elétrico com baixa presença de harmônicas e sistema elétrico com alta presença de harmônicas.

3.1.1 Sistema elétrico equilibrado com carga linear

O sistema elétrico equilibrado com carga linear apresenta forma de onda de tensão e corrente sem distorções, por haver somente conexão de carga linear, neste caso carga indutiva. Não há distorções na forma de onda da tensão e corrente, mas há defasagem angular entre tensão e corrente pela presença de carga indutiva.

O modelo de sistema elétrico equilibrado com carga linear encontra-se da seguinte forma no *software* Matlab®:

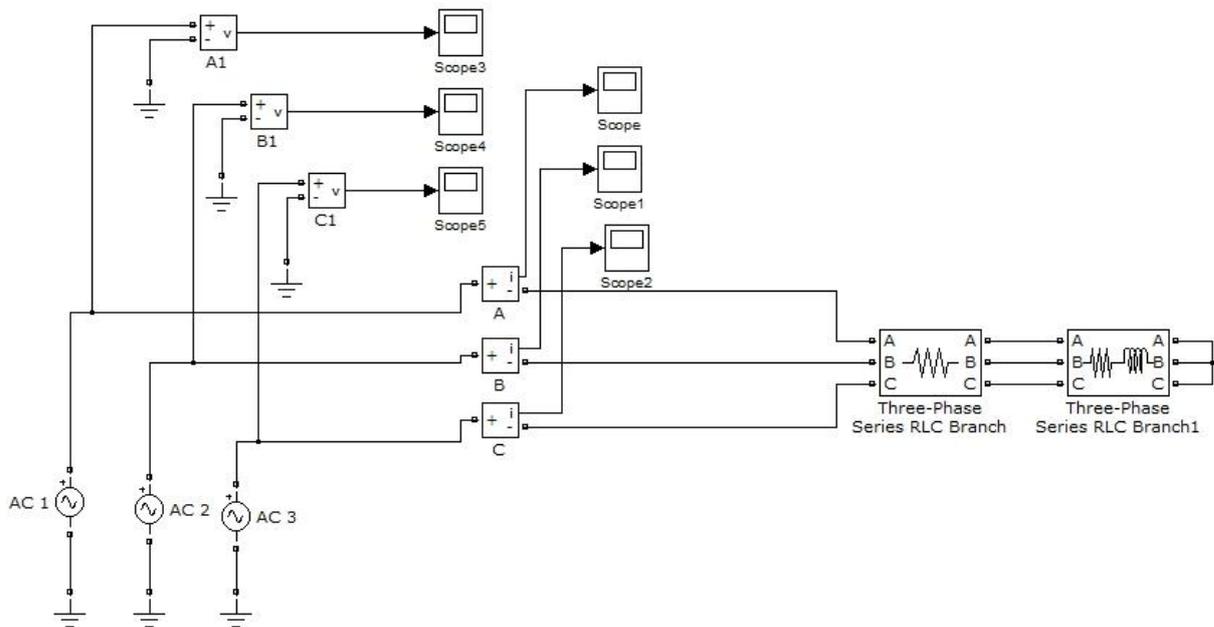


Figura 04 – Sistema elétrico equilibrado no *software* Matlab®

Os parâmetros utilizados no sistema elétrico equilibrado estão descritos a seguir:

- Frequência da rede: 60 Hz;
- Tensões: $V_a = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$, $V_b = 220 \angle -120^\circ \text{ V}$, $V_c = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$;
- Bloco de Resistência: 1Ω ;
- Carga RL: $R = 10 \Omega$ e $L = 10^{-3}$.

3.1.2 Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

Para obter baixo índice de harmônicas no sistema elétrico, simulamos no Matlab® a conexão de um retificador trifásico de onda completa – não controlado – a rede elétrica. A presença de componente não-linear como o diodo, que tem estados de diretamente polarizado e inversamente polarizado, causa distorções na forma de onda da corrente e tensão na entrada do retificador. No estado de diretamente polarizado o diodo corresponde a um interruptor fechado conduzindo corrente elétrica e no caso de inversamente polarizado o diodo corresponde a um interruptor aberto que não conduz corrente elétrica.

O retificador trifásico de onda completa em ponte - não controlado - utilizado na simulação corresponde ao seguinte modelo:

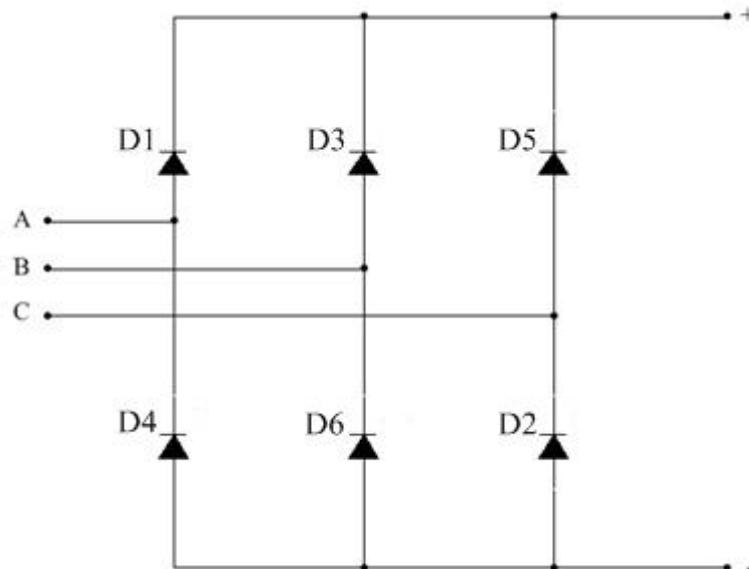


Figura 05 – Modelo retificador trifásico de onda completa – não controlado

O modelo do retificador trifásico de onda completa - não controlado conectado a rede elétrica encontra-se da seguinte forma no software Matlab®:

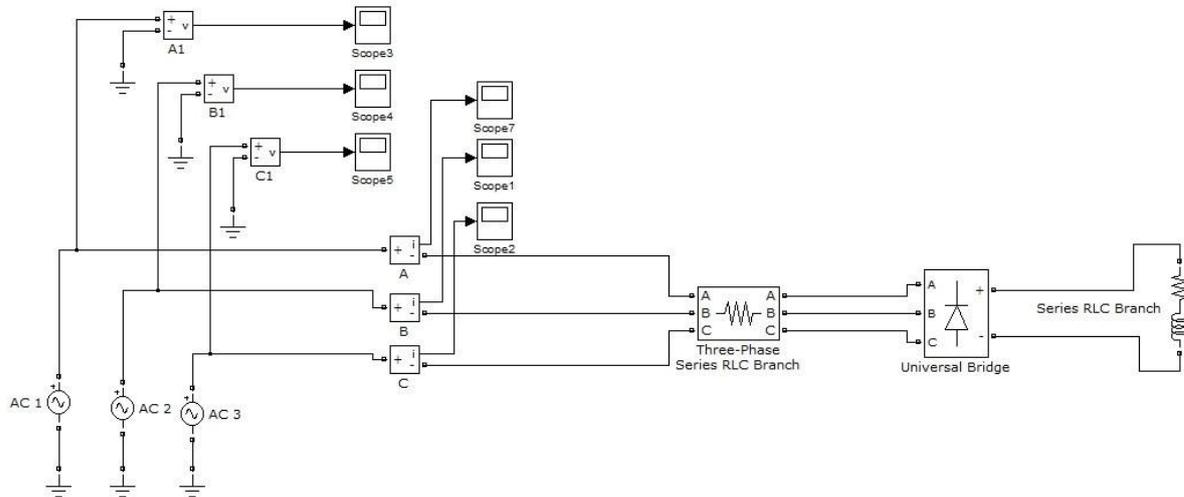


Figura 06 – Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas no *software* Matlab®

Os parâmetros utilizados no sistema elétrico com baixa presença de harmônicas estão descritos a seguir:

- Frequência da rede: 60 Hz
- Tensões: $V_a = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$, $V_b = 220 \angle -120^\circ \text{ V}$, $V_c = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$;
- Resistência do condutor: 1Ω ;

- Carga RL: $R = 10 \Omega$ e $L = 10^{-3}$;
- Bloco Universal Bridge (diodo): $R_s = 10^{-5}$, $C_s = \text{inf}$ e $R_{on} = 10^{-3}$.

3.1.3 Sistema elétrico com alta presença de harmônicas

Para obter um sistema elétrico com alta presença de harmônicas no *software* Matlab® houve a conexão de um retificador trifásico de onda completa - controlado - a rede elétrica, este tipo de retificador pode ser empregado no controle de velocidade de motores CC. A presença de carga não-linear, neste caso os tiristores, faz com que haja presença de harmônicas na forma de onda da corrente elétrica. Os tiristores contam com uma entrada denominada de gate, esta entrada tem como finalidade o controle deste dispositivo, para o tiristor entrar em estado de condução deve-se estar polarizado diretamente e através do controle conectado ao gate receber pulsos de corrente, já a passagem para o estado de bloqueio acontece quando há corrente na direção inversa na rede, assim inversamente polarizando se comporta como um diodo. Através do controle conectado ao gate pode-se ajustar o ângulo de disparo do tiristor para controle da tensão no retificador.

O retificador trifásico de onda completa em ponte – controlado – utilizado na simulação corresponde ao seguinte modelo:

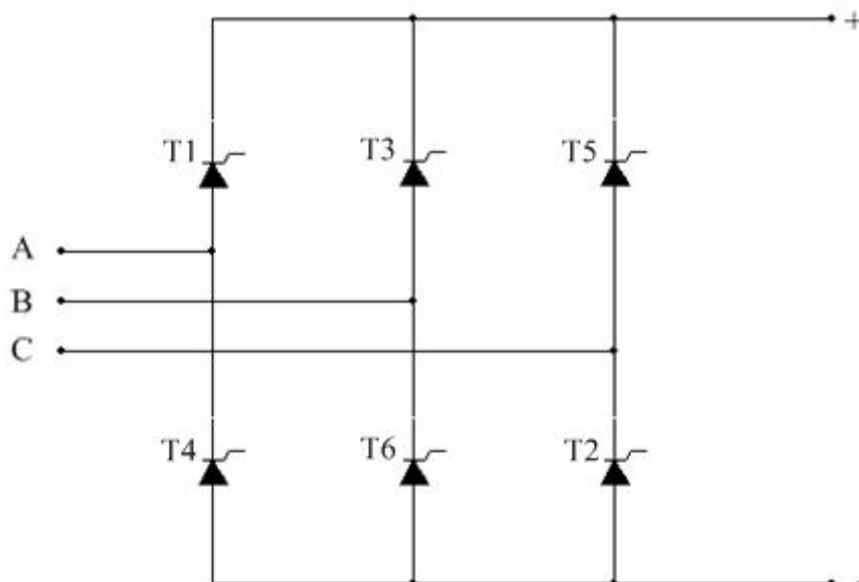


Figura 07 – Modelo retificador trifásico de onda completa – controlado

O modelo do retificador trifásico de onda completa – controlado – conectado a rede elétrica encontra-se da seguinte forma no software Matlab®:

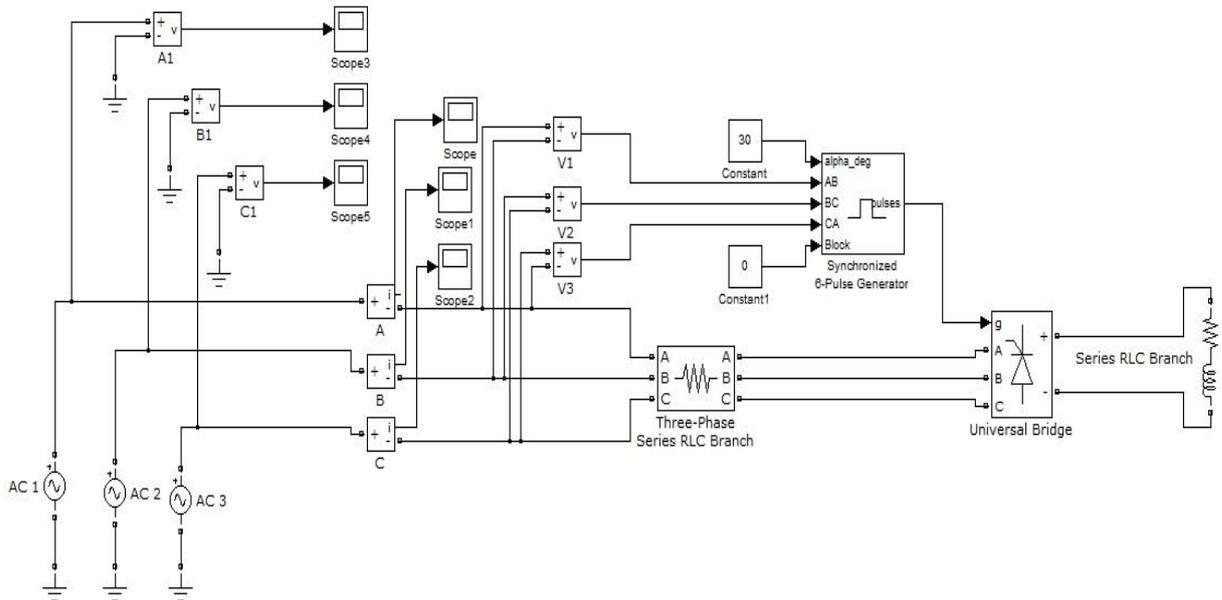


Figura 08 – Sistema elétrico com alta presença de harmônicas no *software* Matlab®

Os parâmetros utilizados no sistema elétrico com alta presença de harmônicas estão descritos a seguir:

- Frequência da rede: 60 Hz
- Tensões: $V_a = 220 \angle 0^\circ \text{ V}$, $V_b = 220 \angle -120^\circ \text{ V}$, $V_c = 220 \angle 120^\circ \text{ V}$;
- Resistência do condutor: 1Ω ;
- Carga RL: $R = 10 \Omega$ e $L = 10^{-3}$;
- Bloco Universal Bridge (tiristor): $R_s = 10^{-5}$, $C_s = \text{inf}$ e $R_{on} = 10^{-3}$;
- Ângulo de disparo dos tiristores: 30° .

3.2 Modelagem das teorias de potência

3.2.1 Modelagem da Potência Complexa com Distorções Harmônicas

Segue a construção do diagrama de blocos da teoria da potência complexa com distorções harmônicas no Simulink para o cálculo da potência ativa e reativa da fundamental e

harmônica utilizando respectivamente as equações (2.3.6), (2.3.7) e (2.3.24). Para cada potência houve a construção de seu subsistema de forma particular, assim são três potências cada uma com seu respectivo subsistema. Na figura 09 temos a equação (2.3.6) implementada no Simulink através de blocos, assim a construção do subsistema para o cálculo da potência ativa. De modo semelhante houve a modelagem no Simulink para o cálculo de potência reativa através da equação (2.3.7), figura 10, e para o cálculo de potência harmônica através da equação (2.3.24), figura 11.

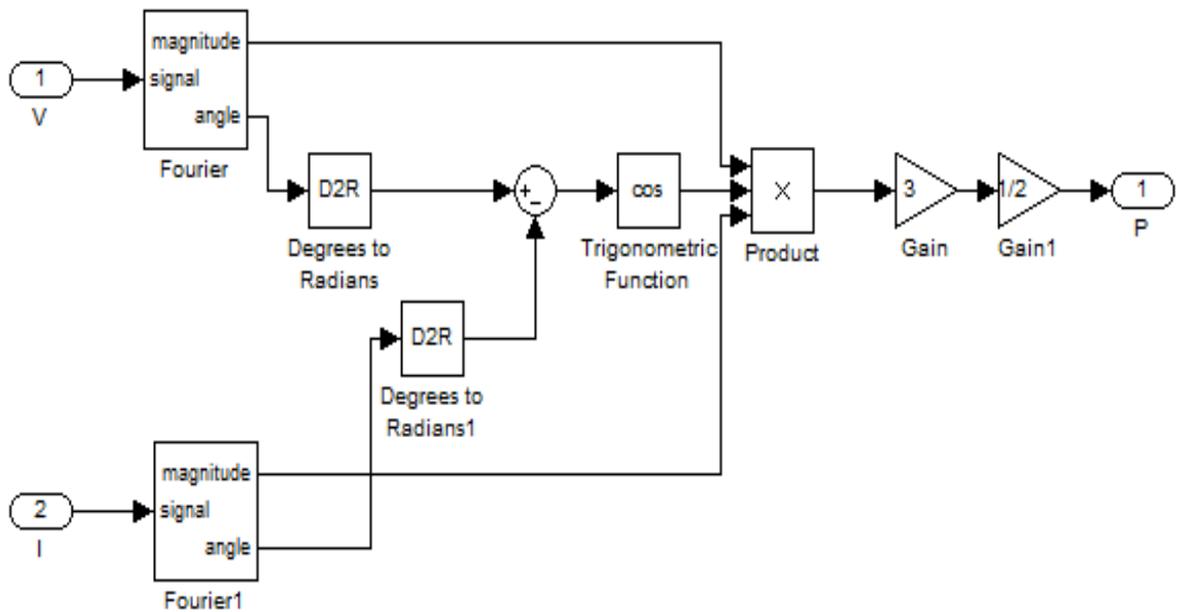


Figura 09 – Subsistema do cálculo da potência ativa

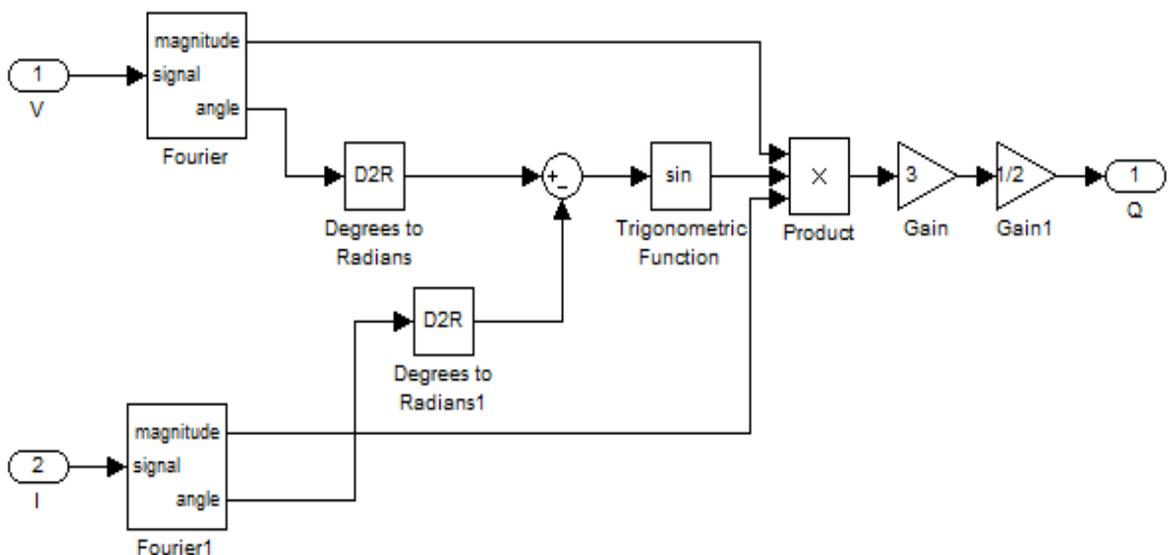


Figura 10 – Subsistema do cálculo da potência reativa

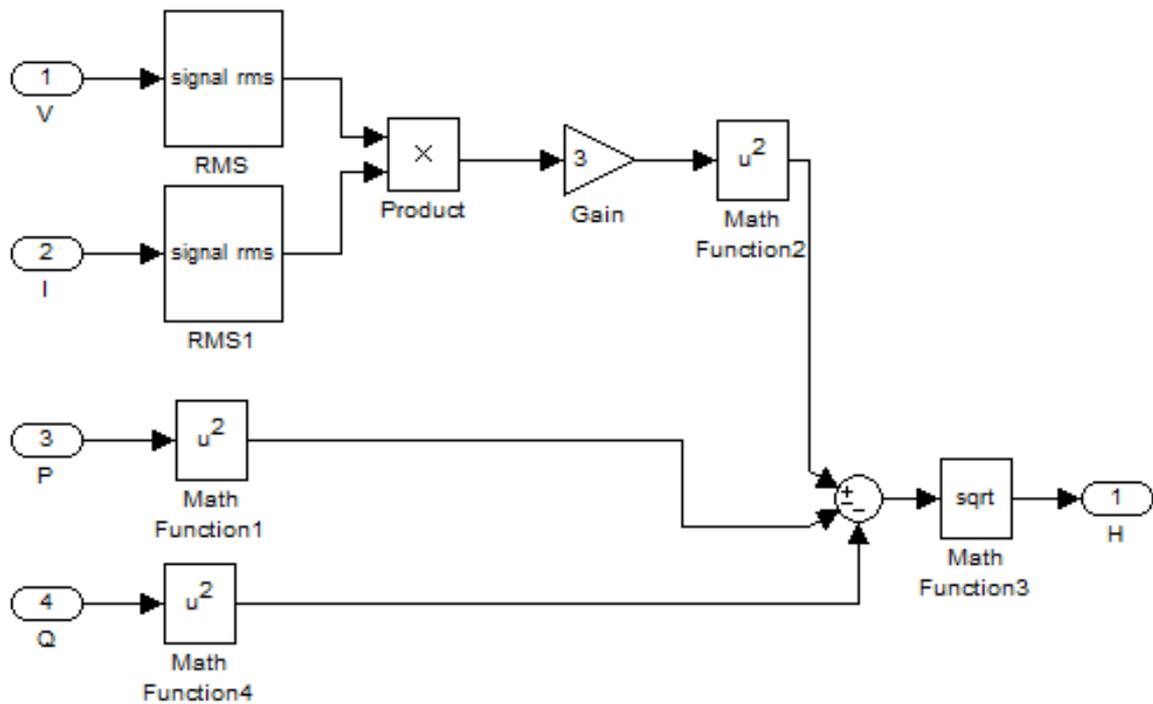


Figura 11 – Subsistema do cálculo da potência harmônica

3.2.2 Modelagem da Teoria p - q

O diagrama de blocos construído no Simulink para cálculo de potência através da Teoria p-q, é composto de dois subsistemas, um para a potência real e outra para a potência imaginária, utiliza primeiramente as equações (2.4.1) e (2.4.2) para realizar a transformada de Clark na tensão e corrente, e posteriormente a equação (2.4.4) para o cálculo da potência real e imaginária, como pode ser visto nas figuras 12 e 13.

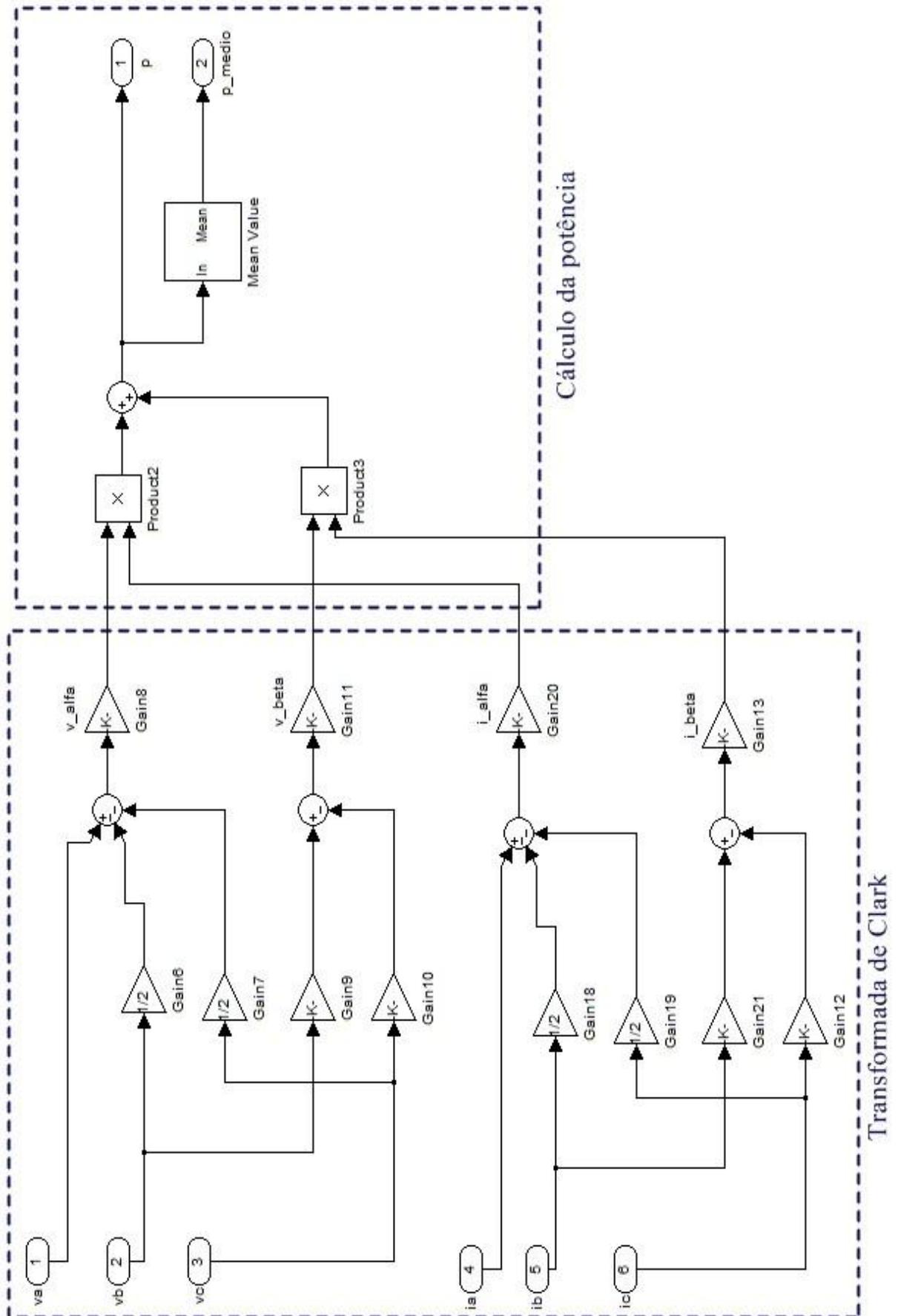


Figura 12 – Subsistema do cálculo da potência real pela teoria p - q

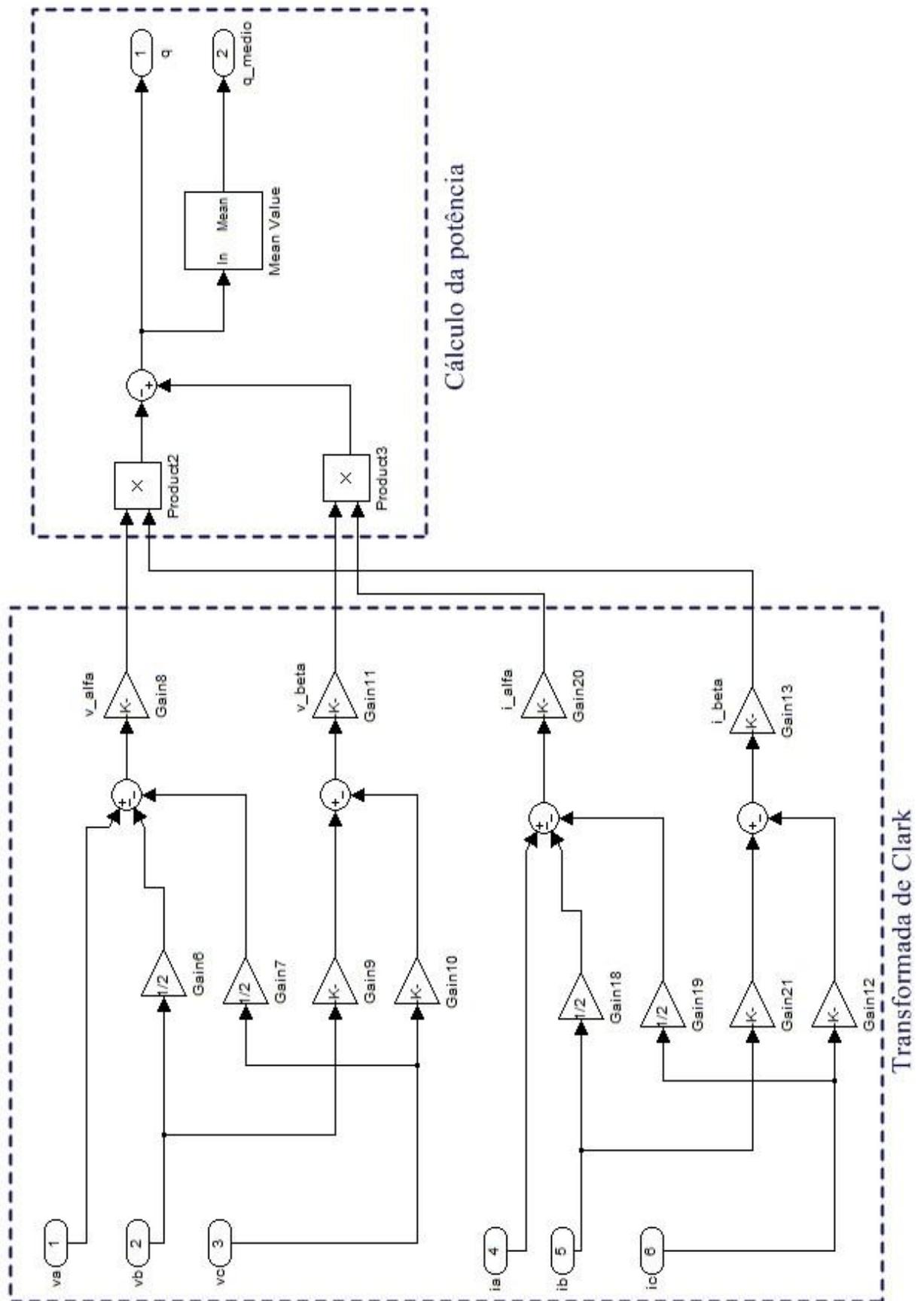


Figura 13 – Subsistema do cálculo da potência imaginária pela teoria p - q

3.2.3 Modelagem da simulação da Teoria da Potência Complexa Instantânea

O diagrama de blocos construído no Simulink para a Teoria da Potência Complexa Instantânea é constituído de um único subsistema em que utiliza as equações (2.5.7) e (2.5.8) para encontrar o vetor espacial instantâneo de tensão e corrente, e em seguida aplica-se a equação (2.5.9) para cálculo da potência ativa e reativa, como apresentado na figura 14.

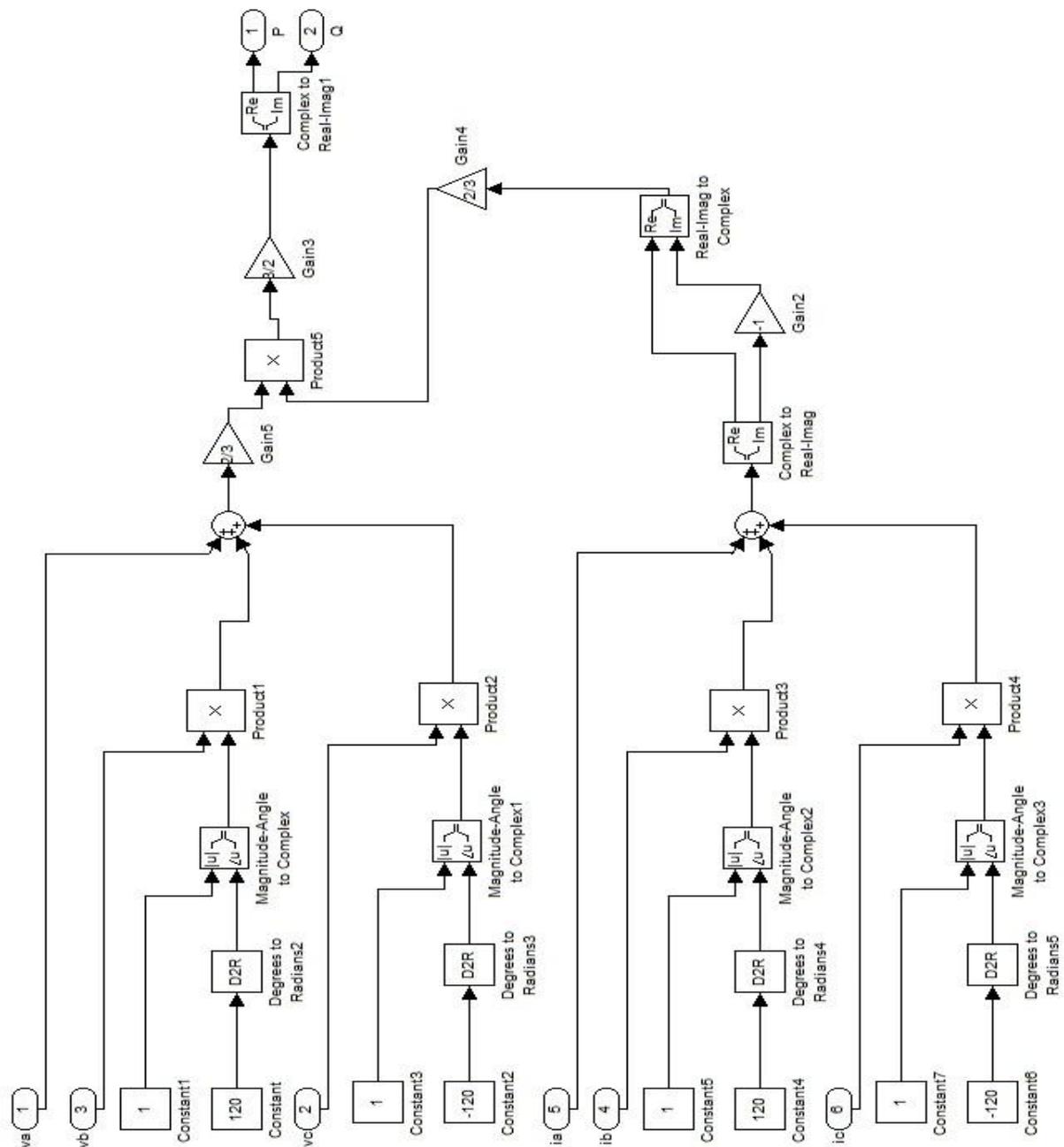


Figura 14 – Subsistema do cálculo da potência complexa instantânea ativa e reativa

4 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados das simulações da conexão da carga linear e das cargas não-lineares a rede elétrica propostas no subitem 3.1. Neste capítulo também será apresentado o cálculo da potência de acordo cada teoria apresentada no capítulo 2, através da aplicação de seus diagramas de blocos apresentados no subitem 3.2.

4.1 Sistema elétrico equilibrado com carga linear

Simulamos primeiramente o caso em que o sistema elétrico é equilibrado, como descrito no subitem 3.1.1 e mostrado na figura 04, a seguir os gráficos de tensão e corrente em função do tempo.

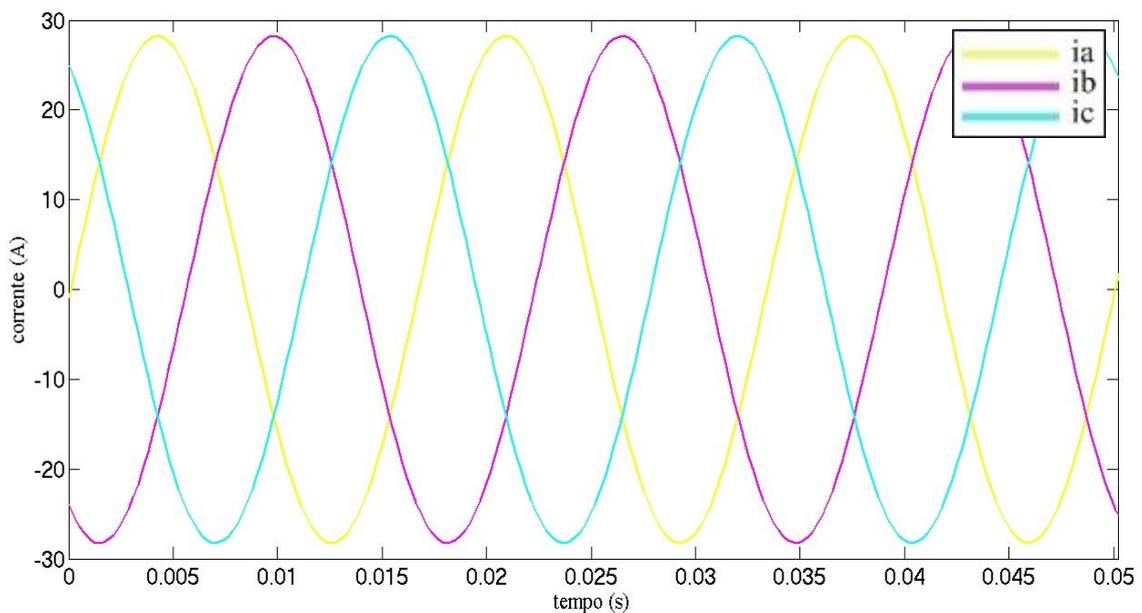


Figura 15 – Gráfico da corrente em função do tempo no sistema elétrico equilibrado com carga linear

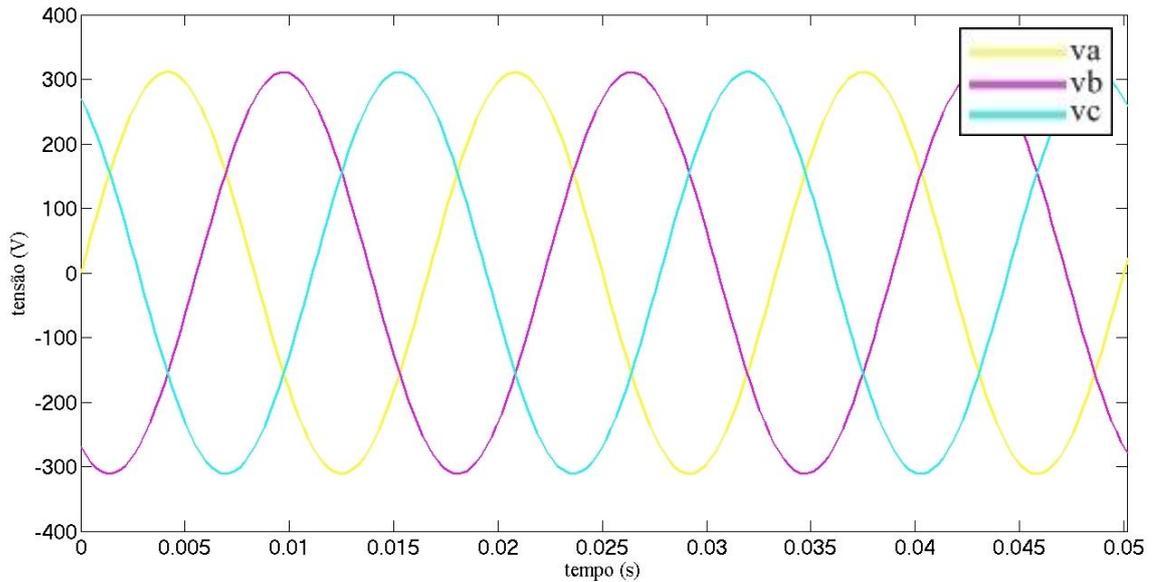


Figura 16 – Gráfico da tensão em função do tempo no sistema elétrico equilibrado com carga linear

Podemos observar no gráfico apresentado na figura 15, que a forma de onda da corrente nas fases A, B, C são senoidais, não há distorções harmônicas, assim como na figura 16 em que a forma de onda da tensão nas fases A, B, C se encontram sem distorções harmônicas.

4.2 Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

As figuras 17, 18 e 19 são os gráficos da corrente em função do tempo das fases A, B, C obtidos da conexão do retificador trifásico de onda completa – não controlado - a rede elétrica, como descrito no subitem 3.1.2 e mostrado na figura 6.

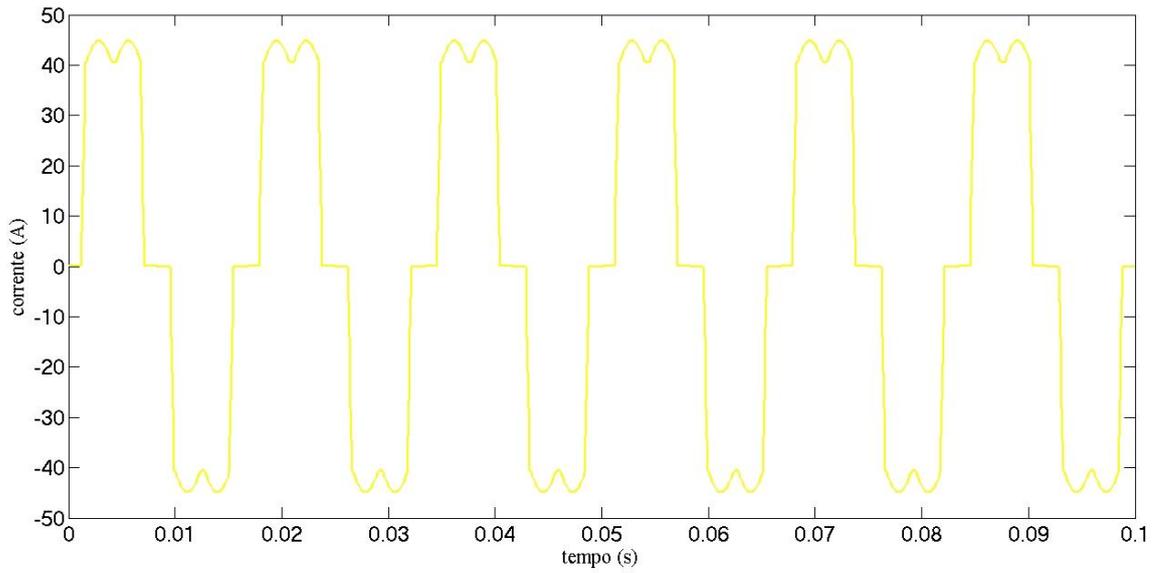


Figura 17 – Gráfico da corrente na fase A do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

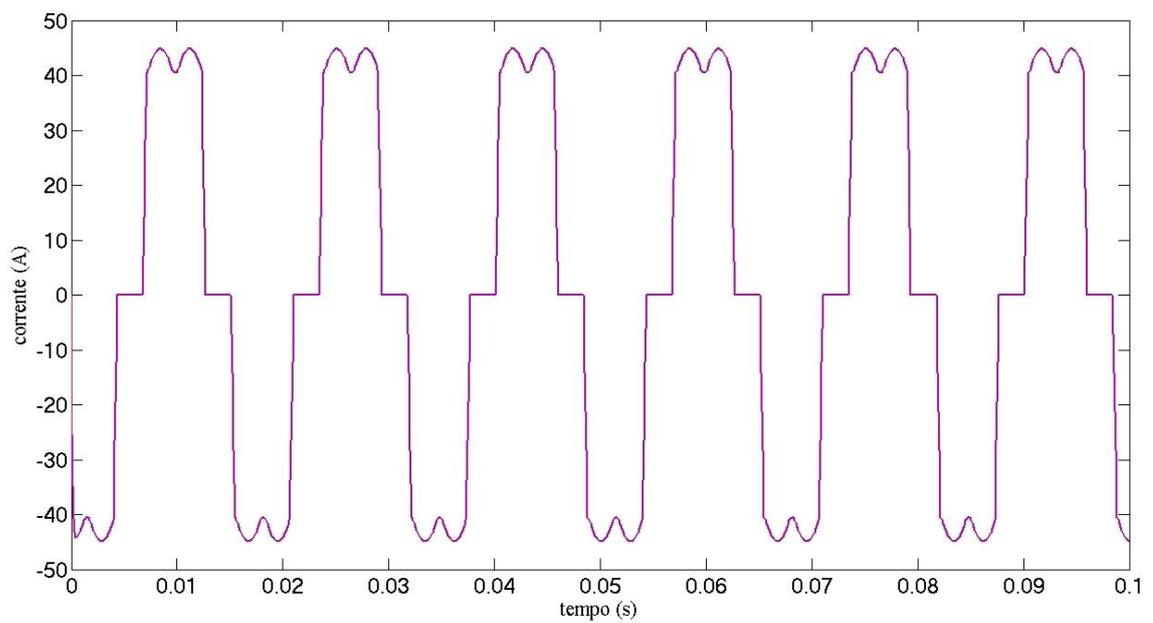


Figura 18 – Gráfico da corrente na fase B do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

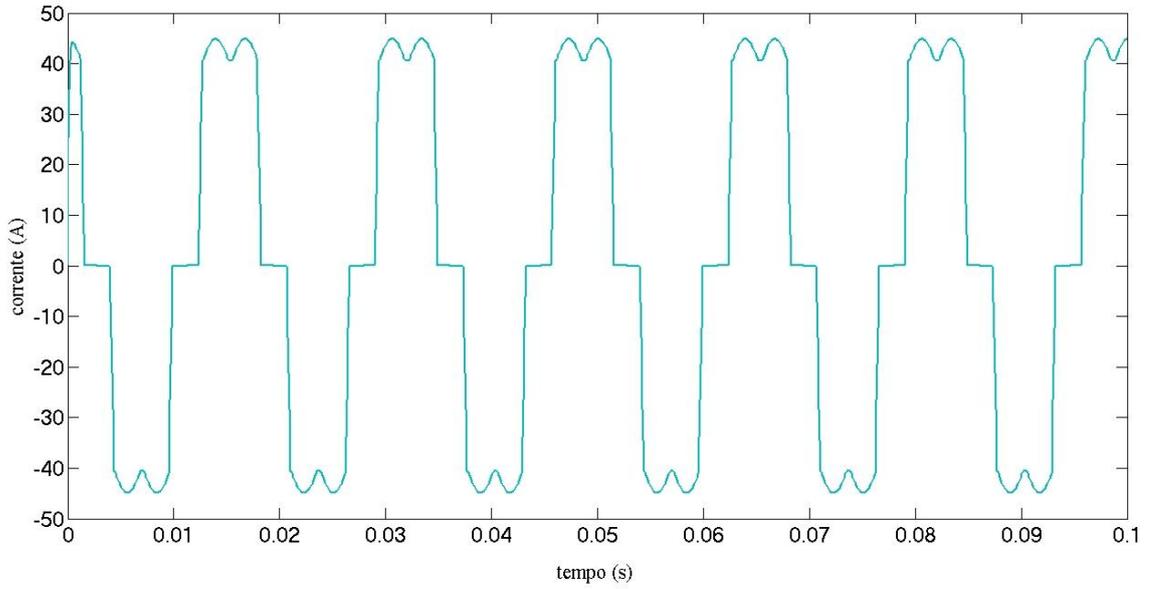


Figura 19 – Gráfico da corrente na fase C do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

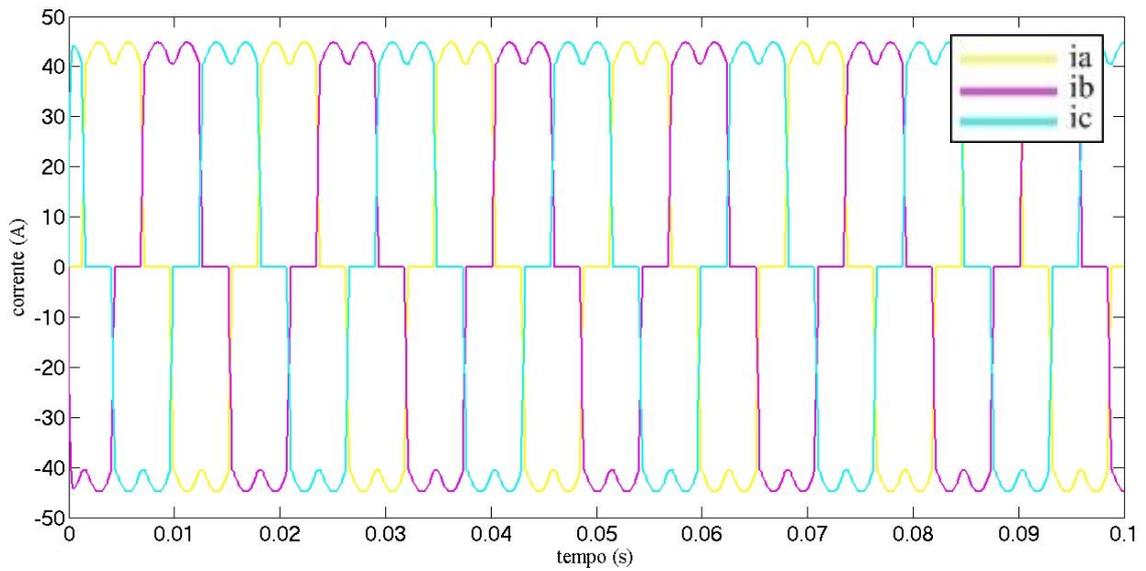


Figura 20 – Gráfico da corrente nas fases A, B, C do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

A tabela abaixo mostra quais diodos estão ligados em cada ciclo para condução.

Tabela 01 – Período de diodos ligados durante um ciclo

Período	Diodos ligados	
0° a 60°	D ₅	D ₆
60° a 120°	D ₁	D ₆
120° a 180°	D ₁	D ₂
180° a 240°	D ₃	D ₂
240° a 300°	D ₃	D ₄
300° a 360°	D ₅	D ₄

Na figura 17 temos uma faixa de tempo em que a corrente é nula devido ao estado de bloqueio dos diodos D1 e D4, este valor de corrente nula pertence em um ciclo aos períodos: 0° a 60° e 180° a 240°. De mesmo modo acontece na figura 18 com o estado de bloqueio dos diodos D2 e D5 que correspondem em um ciclo aos períodos: 60° a 120° e 240° a 300°, e na figura 19 com o estado de bloqueio dos diodos D3 e D6 que correspondem em um ciclo aos períodos: 120° a 180° e 300° a 360°.

No gráfico da corrente na fase A que corresponde à figura 17, temos uma variação da corrente próxima ao seu valor de pico, esta variação da corrente tem como causa a comutação dos diodos. O diodo D6 passa de diretamente polarizado para inversamente polarizado e o diodo D2 de inversamente polarizado para diretamente polarizado. Assim essa variação da corrente próxima ao seu valor de pico em cada ciclo corresponde à comutação dos diodos do estado ligado para o estado desligado e vice-versa, esta variação da corrente está presente tanto na fase A como também nas fases B e C.

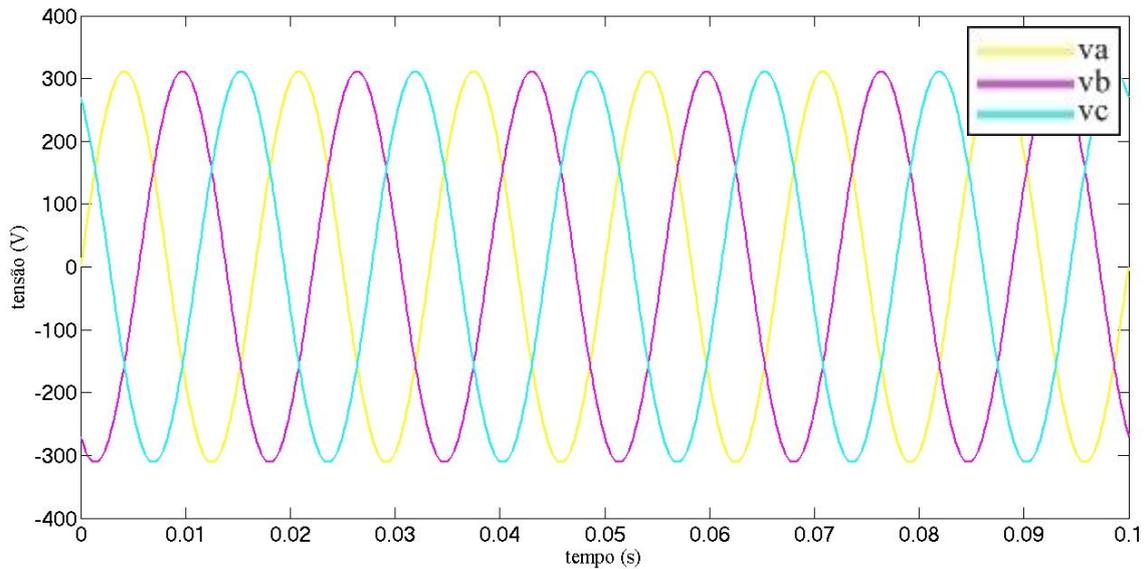


Figura 21 – Gráfico da tensão nas fases A, B, C do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

Na figura 21 podemos ver que a forma de onda da tensão não sofreu distorções, permaneceu senoidal, uma vez que o trecho onde houve a medição da tensão está próximo à geração.

4.3 Sistema elétrico com alta presença de harmônicas

As figuras 22, 23 e 24 correspondem aos gráficos da corrente em função do tempo nas fases A, B, C, do retificador trifásico de onda completa – controlado – conectado a rede elétrica, como descrito no subitem 3.1.3 e mostrado na figura 08.

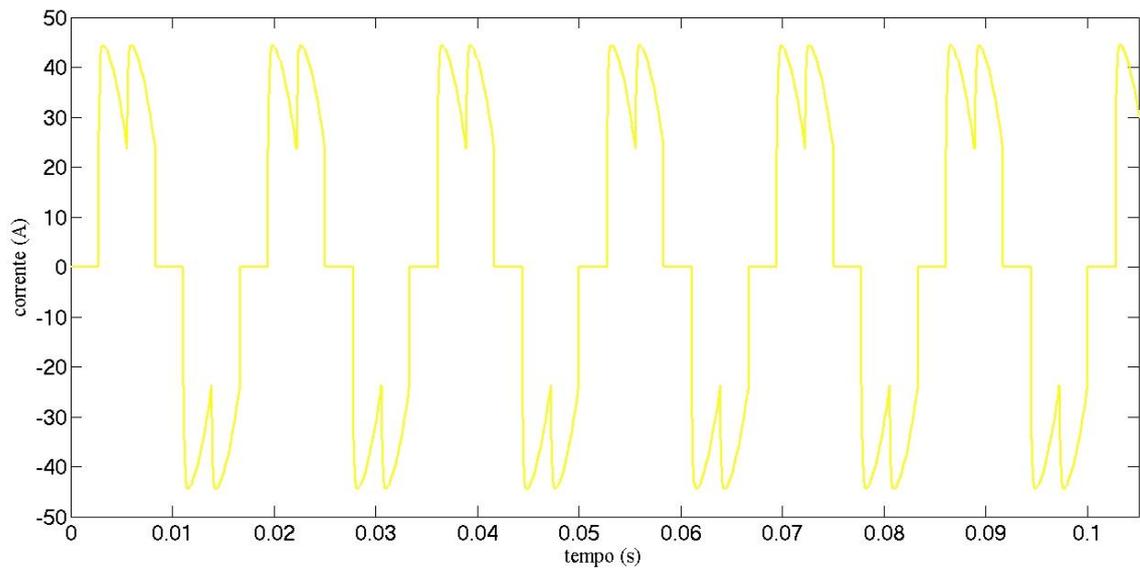


Figura 22 – Gráfico da corrente na fase A do sistema elétrico com alta presença de harmônicas

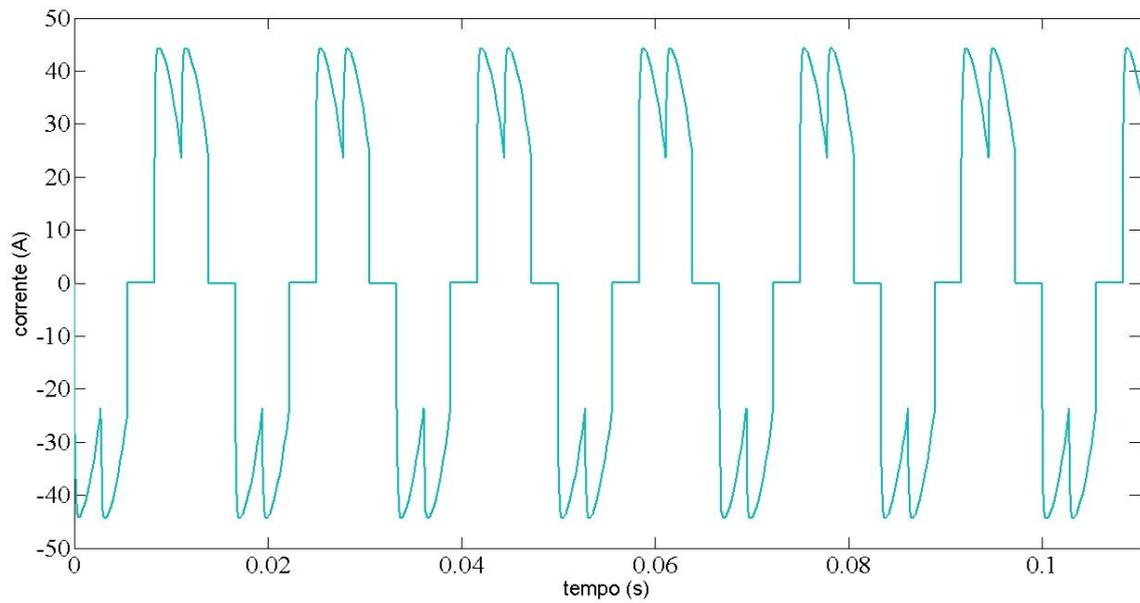


Figura 23 – Gráfico da corrente na fase B do sistema elétrico com alta presença de harmônicas

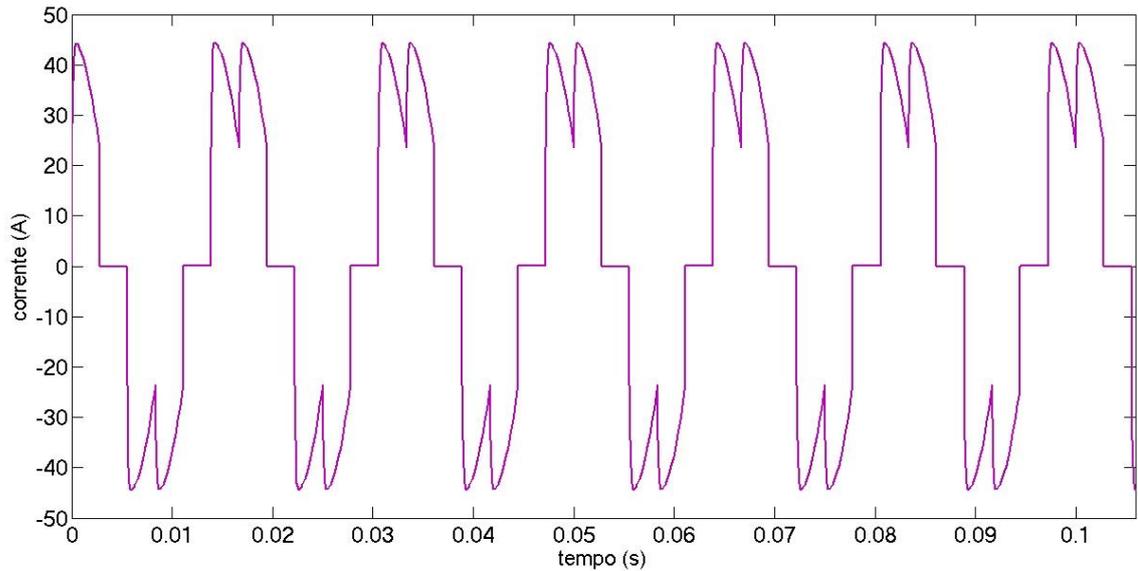


Figura 24 – Gráfico da corrente na fase C do sistema elétrico com alta presença de harmônicas.

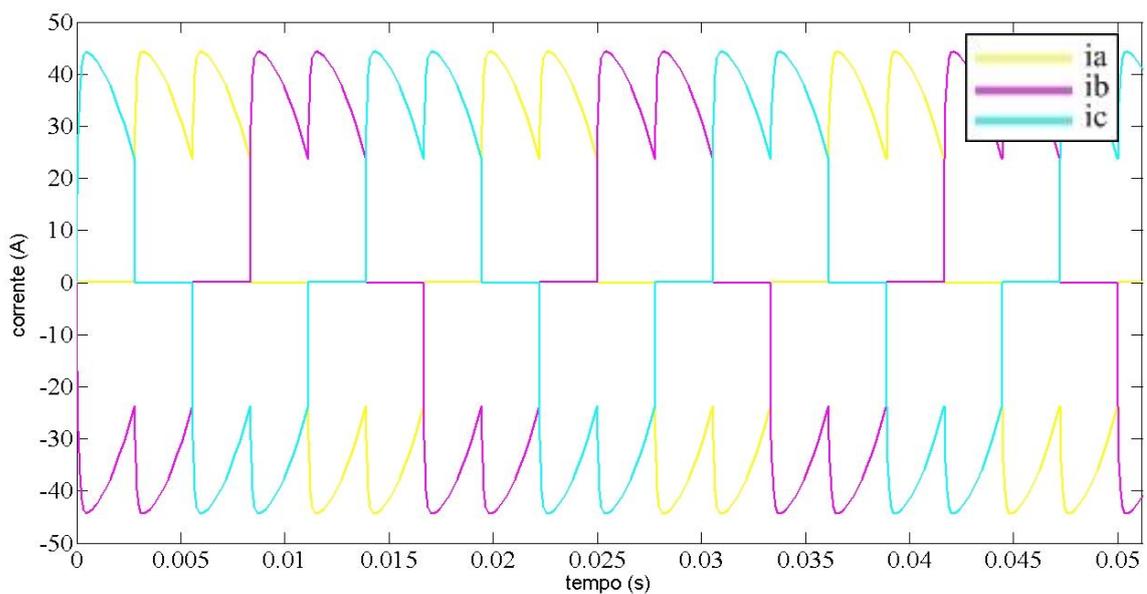


Figura 25 – Gráfico da corrente nas fases A, B, C do sistema elétrico com alta presença de harmônicas

Na forma de onda das correntes nas fases A, B, C que correspondem respectivamente às figuras 22, 23, 24, tem estados de bloqueio como nos diodos. No intervalo em que a corrente é nula na figura 22 os tiristores T1 e T4 estão em estado de bloqueio. Na figura 23 a corrente é nula nesse intervalo devido o estado de bloqueio dos tiristores T3 e T6, assim como o intervalo de corrente nula na figura 24 é devido ao estado de bloqueio dos tiristores T2 e T5.

As durações dos estados de bloqueio podem variar de acordo com o valor que for ajustado o ângulo de disparo, neste caso utilizou-se de um ângulo de disparo de 30°.

A frequência em que ocorre a comutação dos tiristores, a passagem do estado ligado para o estado desligado, faz com que ocorra a variação de corrente presente tanto no gráfico da corrente na fase A como também nos gráficos das correntes nas fases B e C.

4.4 Cálculo da potência nos diferentes tipos de sistemas elétricos simulados por distintos métodos

De acordo com a Teoria Complexa com Distorções Harmônicas que é baseada em fasores e valores eficazes, vista no subitem 2.3, aplicada nos seguintes tipos de sistemas elétricos simulados: sistema elétrico equilibrado com carga linear, do subitem 3.1.1, figura 04, sistema elétrico com baixa presença de harmônicas, subitem 3.1.2, figura 06, e sistema elétrico com alta presença de harmônicas, subitem 3.1.3, figura 08, através dos diagramas de blocos da potência ativa, reativa e harmônica do subitem 3.2.1, têm os seguintes resultados apresentados na tabela 2.

Tabela 02 – Grandezas obtidas através da Teoria da Potência Complexa com Distorções Harmônicas

Sistema elétrico simulado	Grandeza	Valor
Sistema equilibrado com carga linear	Potência ativa (P)	13173,77 W
	Potência reativa (Q)	451,49 VAr
Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	Potência ativa (P)	22126,43 W
	Potência reativa (Q)	36,72 VAr
	Potência harmônica (H)	5987,46 dVA
Sistema elétrico com alta presença de harmônicas	Potência ativa (P)	17004,06 W
	Potência reativa (Q)	8860,84 VAr
	Potência harmônica (H)	6594,58 dVA

O método de cálculo de potência pela Teoria da Potência Complexa com Distorções Harmônicas se torna interessante, pois identifica a parcela de potência das distorções presente no sistema elétrico analisado. Essa teoria permite o cálculo das potências, mas não possibilita uma abordagem dinâmica como em outras teorias (p-q e TPCI). Quando pensamos em cálculo de potência para filtros passivos e ativos, o emprego dessa teoria pra tal aplicação se torna inviável.

A teoria p-q de Akagi, em que se utiliza a transformada de Clark para a transformação de um sistema de três fases (a-b-c) para duas fases (α - β) para o cálculo da potência de forma instantânea, vista no subitem 2.4, aplicada nos seguintes tipos de sistemas elétricos simulados: sistema elétrico equilibrado com carga linear, do subitem 3.1.1, figura 04, sistema elétrico com baixa presença de harmônicas, subitem 3.1.2, figura 06, e sistema elétrico com alta presença de harmônicas, subitem 3.1.3, figura 08, por meio dos diagramas de blocos da potência real e imaginária instantânea, do subitem 3.2.2, têm seus resultados apresentados na forma de gráfico nas figuras abaixo.

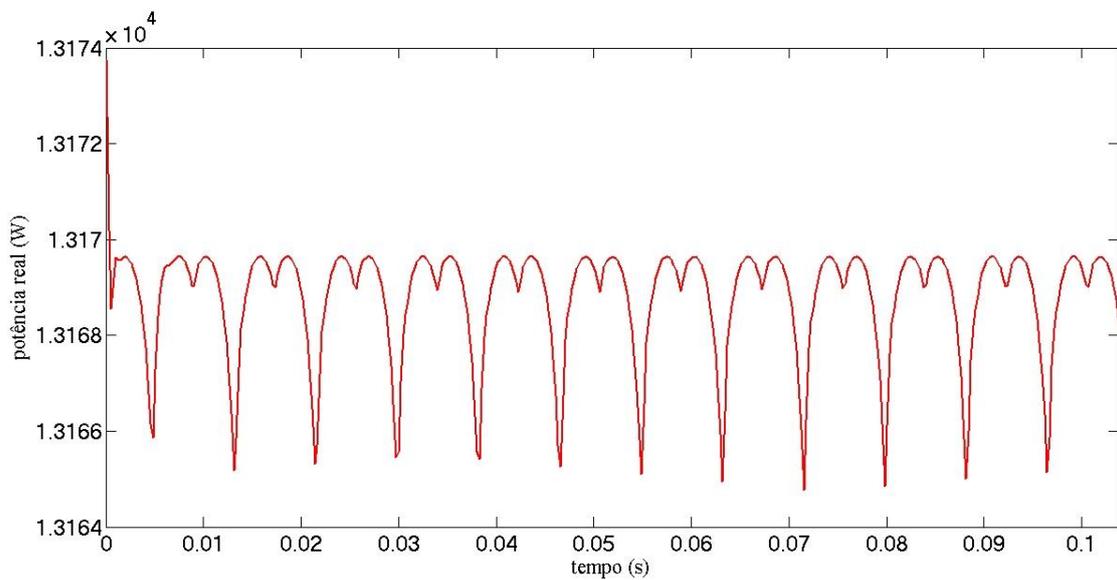


Figura 26 – Cálculo da potência real pela teoria p – q no sistema elétrico equilibrado com carga linear

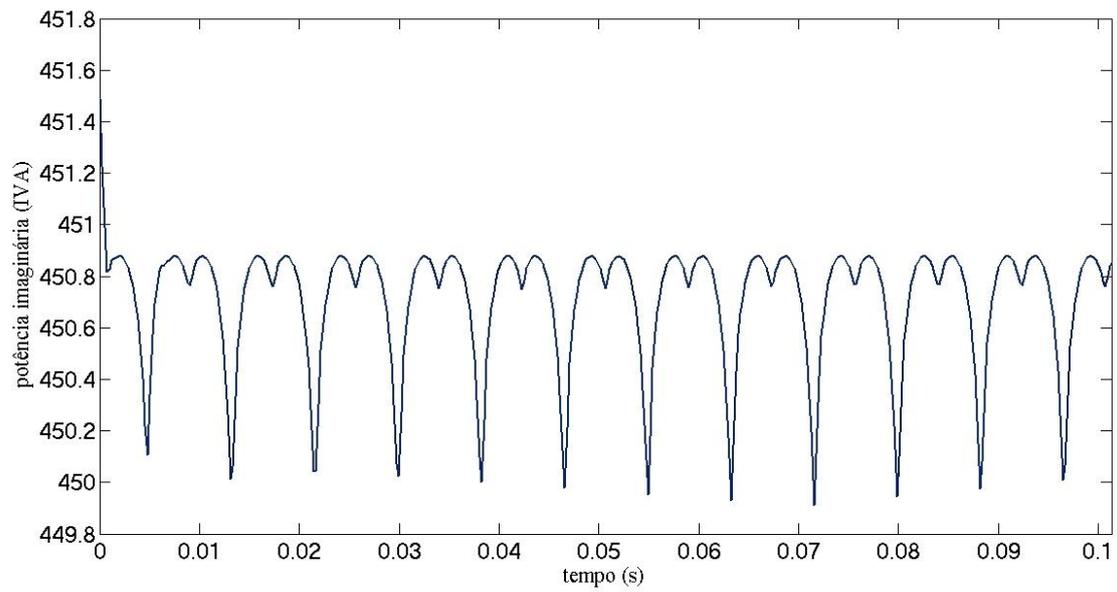


Figura 27 – Cálculo da potência imaginária pela teoria p – q no sistema elétrico equilibrado com carga linear

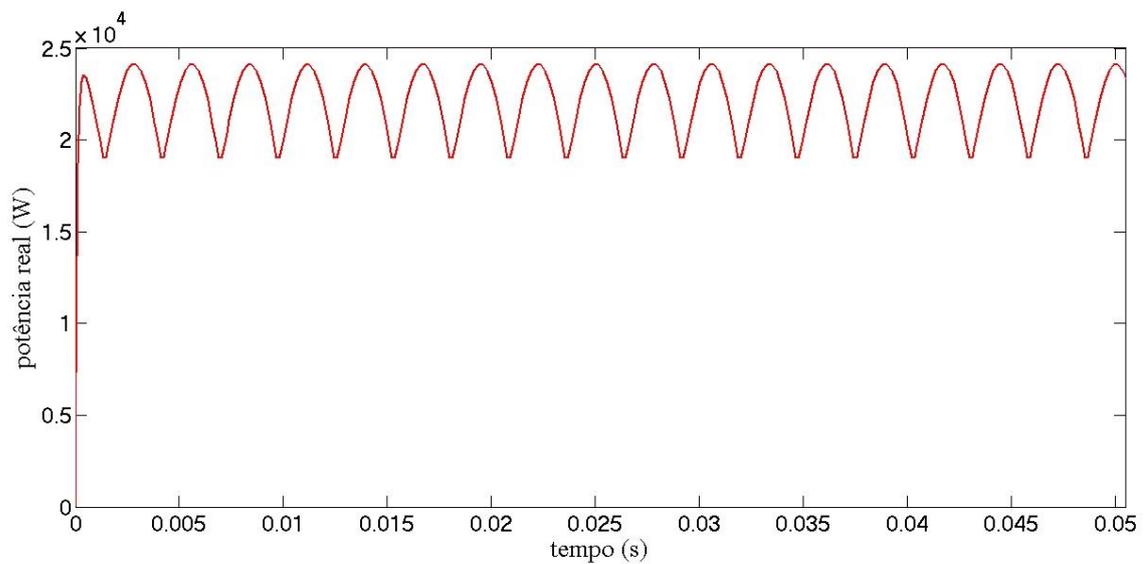


Figura 28 – Cálculo da potência real pela teoria p – q no sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

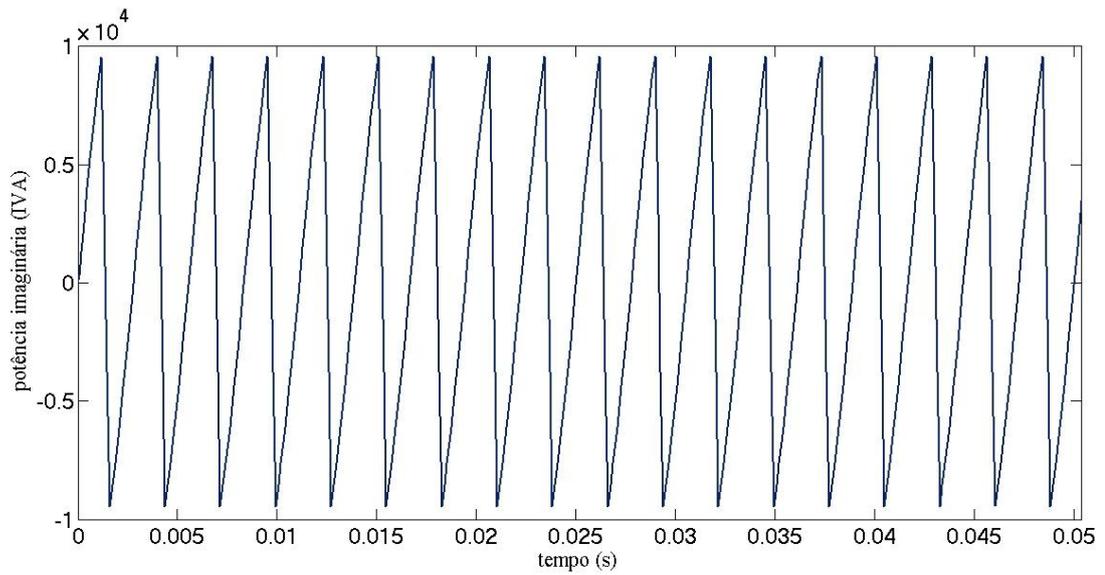


Figura 29 – Cálculo da potência imaginária pela teoria p – q no sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

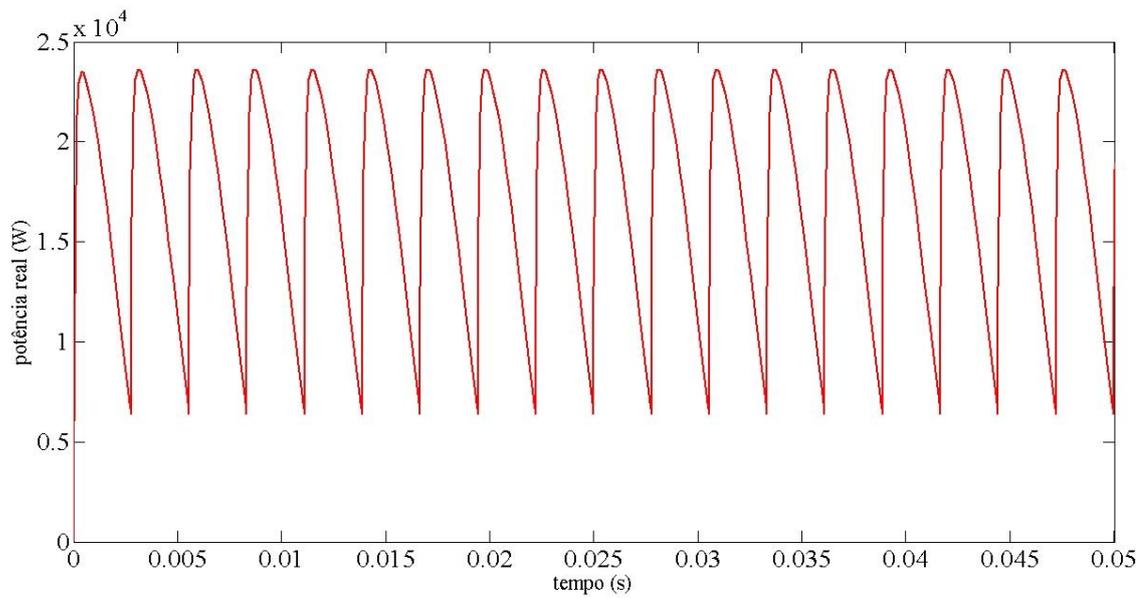


Figura 30 – Cálculo da potência real pela teoria p – q no sistema elétrico com alta presença de harmônicas

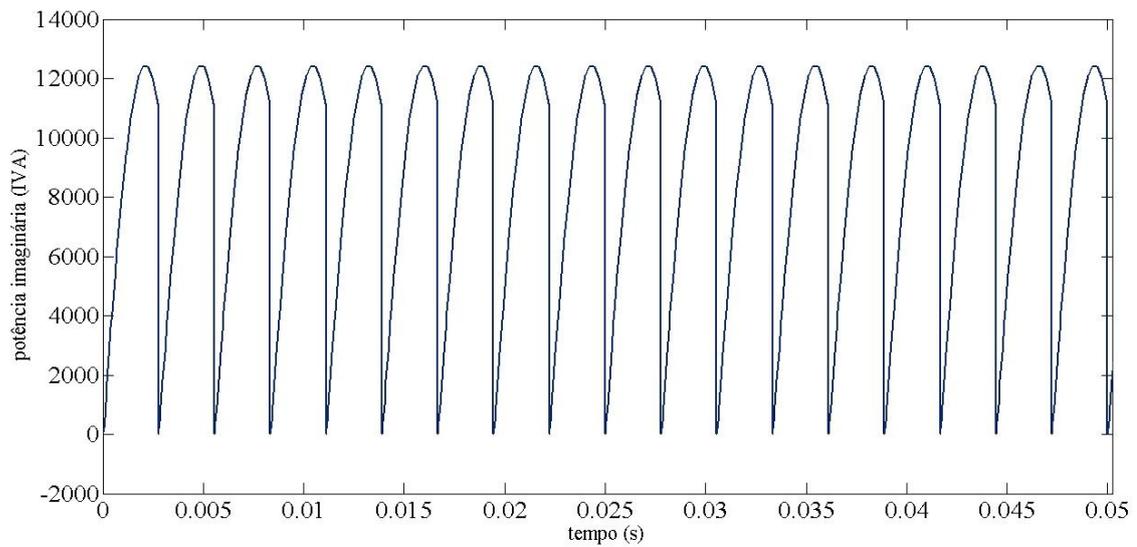


Figura 31 – Cálculo da potência imaginária pela teoria p – q no sistema elétrico com alta presença de harmônicas

Sendo na teoria p-q a potência real e imaginária composta de valores médios e oscilantes, além do valor de potência real e imaginária instantânea o diagrama no subitem 3.2.2 também calcula os valores de potência real média e imaginária média, a seguir os resultados do cálculo dos valores médios da potência real e imaginária nos três tipos de sistemas elétricos simulados estão apresentados na tabela 3.

Tabela 03 – Valores de potência real média e imaginária média, obtidas através da teoria p - q

Sistema elétrico simulado	Grandezas	Valor
Sistema equilibrado com carga linear	Potência real média (\bar{p})	13173,75 W
	Potência imaginária média (\bar{q})	451,49 IVA
Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	Potência real média (\bar{p})	22126,52 W
	Potência imaginária média (\bar{q})	34,32 IVA
Sistema elétrico com alta presença de harmônicas	Potência real média (\bar{p})	17004,08 W
	Potência imaginária média (\bar{q})	8860,81 IVA

O método de cálculo de potência pela teoria de Akagi apresenta um cálculo feito no domínio do tempo, através da transformada de Clark acontece à transformação de coordenadas a-b-c para α - β , com isso percebe-se que essa teoria pode ser apenas aplicada em sistemas trifásicos. Akagi quando propôs este método teve como objetivo o emprego do mesmo no controle de filtros ativos de potência, sendo então um método excelente para tal

proposta, pois há separação de p em \bar{p} e \tilde{p} e q em \bar{q} e \tilde{q} , assim para corrigir as componentes harmônicas do sistema elétrico é preciso eliminar as potências oscilantes \tilde{p} e \tilde{q} .

O cálculo da potência através da Teoria da Potência Complexa Instantânea, vista no subitem 2.5, em que se utiliza do vetor espacial instantâneo (VEI), é realizado nos seguintes tipos de sistemas elétricos: sistema elétrico equilibrado com carga linear, do subitem 3.1.1, figura 04, sistema elétrico com baixa presença de harmônicas, subitem 3.1.2, figura 06, e sistema elétrico com alta presença de harmônicas, subitem 3.1.3, figura 08, através do diagrama de blocos da potência real e imaginária, subitem 3.2.3. Os resultados da Teoria da Potência Complexa Instantânea no sistema elétrico equilibrado com carga linear têm seus resultados apresentados na tabela 4, seus valores são constantes por não haver harmônicos, já os resultados da Teoria da Potência Complexa Instantânea no sistema elétrico com baixa presença de harmônicas e no sistema elétrico com alta presença de harmônicas são apresentados na forma de gráfico nas figuras 32 e 33. Pode-se notar nos gráficos da Teoria da Potência Complexa Instantânea que nos primeiros instantes temos os valores crescentes referentes ao regime transitório e depois em regime permanente temos valores que se repetem a cada ciclo.

Tabela 04 – Grandezas obtidas através da Teoria da Potência Complexa Instantânea no sistema elétrico equilibrado com carga linear

Sistema elétrico simulado	Grandezas	Valor
Sistema equilibrado com carga linear	Potência real instantânea (P)	13171,70 W
	Potência imaginária instantânea (Q)	451,13 VAr

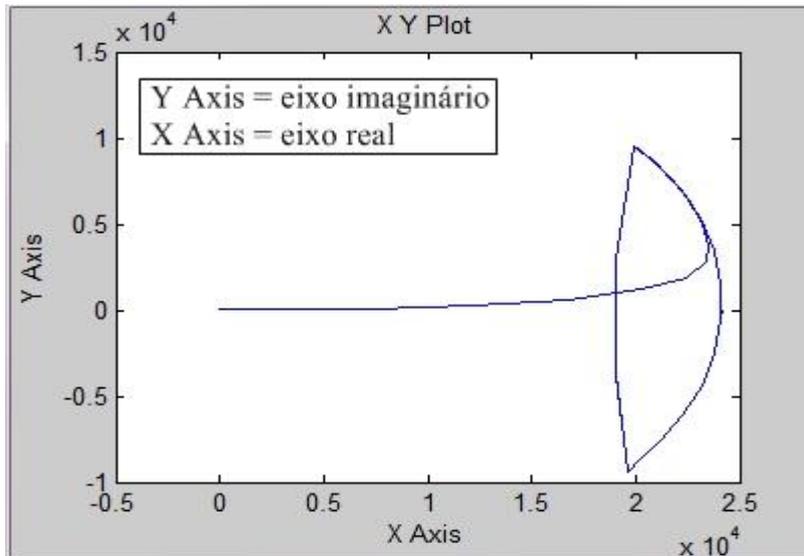


Figura 32 – Potência Complexa Instantânea do sistema elétrico com baixa presença de harmônicas

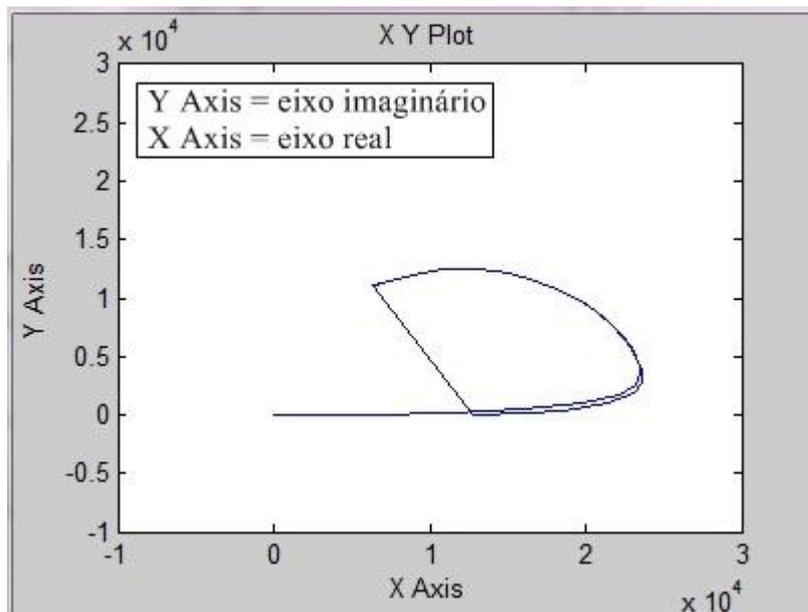


Figura 33 – Potência Complexa Instantânea do sistema elétrico com alta presença de harmônicas

Os gráficos 32 e 33 mostram a potência complexa reativa e ativa instantaneamente, e devido as componentes harmônicas, seus valores variam mesmo quando o sistema atinge o regime. A troca de energia varia no período em questão.

Uma vez calculada a potência pela Teoria da Potência Complexa Instantânea através do bloco do subitem 3.2.3, obtemos por meio do bloco *MeanValue* o valor da potência real média e potência imaginária média no sistema elétrico com baixa presença de harmônicas e

no sistema elétrico com alta presença de harmônicas. Segue abaixo a tabela 5 dos valores de potência real média e potência imaginária média.

Tabela 05 – Valores de potência real média e imaginária média, obtidas através da Teoria da Potência Complexa Instantânea

Sistema elétrico simulado	Grandezas	Valor
Sistema elétrico com baixa presença de harmônicas	Potência real média	22126,54 W
	Potência imaginária média	36,72 VAr
Sistema elétrico com alta presença de harmônicas	Potência real média	17004,08 W
	Potência imaginária média	8860,81 VAr

O método de cálculo de potência pela Teoria da Potência Complexa Instantânea em relação às teorias analisadas é a mais nova, elaborada em 1993 por Milanez [5], ao invés de uma abordagem escalar como à teoria de Akagi temos uma abordagem vetorial, através dos vetores espaciais instantâneos. Tal teoria se torna vantajosa por apresentar a energia envolvida no sistema elétrico simulado de forma instantânea.

Temos as tabelas 02, 03, 04 e 05 que se referem aos valores obtidos pela Teoria da Potência Complexa com Distorções Harmônicas, valores médios real e imaginário da Teoria de Akagi e dos valores médios da Teoria da Potência Complexa Instantânea, teoricamente estes valores são iguais. Analisando os valores reais (potência ativa) de cada teoria e os imaginários (potência reativa) de cada teoria para o mesmo tipo de sistema elétrico simulado, percebe-se que alguns são iguais e outros muito próximos. Esta diferença encontrada na quantidade de potência calculada não é uma diferença expressiva. Podemos atribuir essas pequenas diferenças nos valores entre algumas teorias nos métodos de cálculo realizados pelo *software*, por fazer uso de aproximações.

5 CONCLUSÃO

5.1 Conclusão

As cargas não-lineares vêm ganhando cada vez mais espaço nos sistemas elétricos, este estudo teve como meta compreender novas teorias que fosse possível cálculo de potência tanto para sistemas elétricos equilibrados quanto para sistemas elétricos com distorções harmônicas.

Foram apresentados os tipos de sistemas elétricos sem presença de neutro em que essas teorias de potência foram empregadas, assim como a modelagem dos sistemas elétricos e sua simulação no *software* Matlab®. Através das simulações podemos perceber que apesar de formas diferentes de abordar o cálculo de potência de todas as teorias apresentadas não são contraditórias a teoria convencional, assim a teoria convencional se torna um caso particular dentro dessas novas formas de cálculo de potência.

Cada teoria de potência trás uma forma particular para cálculo de potência ativa e reativa. A Teoria da Potência com Distorções Harmônicas que se utiliza de fasores e valores eficazes tem a potência calculada em forma do domínio da frequência, se torna interessante por separar as distorções em uma parcela, mas de difícil manipulação. A Teoria p-q de Akagi que faz uso da transformada de Clark e a Teoria da Potência Complexa Instantânea que tem como base os vetores espaciais instantâneos têm a potência calculada em forma de domínio do tempo, uma vez que a Teoria p-q separa a potência ativa e reativa em valores médios e oscilantes torna-se aplicável na construção de filtros pra correção de harmônicas e correção do reativo existente, já a Teoria da Potência Complexa Instantânea se torna eficiente quando precisamos ver o comportamento da potência, analisar pontos críticos, mas também pode ser utilizada em filtros ativos de potência.

Portanto, o trabalho mostra que a potência ativa média e a potência reativa média, aquelas que são abordadas na potência convencional, podem ser calculadas de diferentes métodos. Sendo os métodos dinâmicos utilizados para identificar as componentes harmônicas.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Sugere-se, primeiramente, expandir este estudo para sistemas elétricos com a presença de neutro, uma vez que este trabalho somente abordou sistemas elétricos sem a presença de neutro. Segundo, desenvolver filtros pra correção de harmônicas para os sistemas elétricos simulados. Terceiro, empregar a Teoria da Potência Complexa Instantânea apresentada neste trabalho no estudo de fluxo de potência.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALEXANDER, C. K.; SADIKU, M. N. O. **Fundamentos de circuitos elétricos**. 1.ed. Porto Alegre: Bookman, 2003. p. 22 e 24.
- [2] WATANABE, E.; STEPHAN, R. Potência ativa e reativa instantâneas em sistemas elétricos com fontes e cargas genéricas. **Revista da SBA: Controle & Automação**, Rio de Janeiro, v. 3, 1.ed. p. 253 – 263, 1991.
- [3] WATANABE, E, H.; AREDES, A. Teoria da potência ativa e reativa instantânea e aplicações – filtros ativos e facts. In: Congresso Brasileiro de Automática, n. 12, 1998, Uberlândia. **Anais ...** Uberlândia: SBA, 1998.p. 81 – 122.
- [4] AFONSO, J.; AREDES, A.; WATANABE, E.; MARTINS, J. Shunt active filter for power quality improvement. In: International Conference UIE 2000, 2000, Lisboa. **Anais ...** Lisboa: UIE, 2001. p. 683 – 691.
- [5] MILANEZ, D. L. **A Potência Complexa Instantânea Aplicada às Máquinas Elétricas Trifásicas**. 1993. 102 f. Dissertação (Doutorado em Engenharia Elétricas) Departamento de Sistemas e Controle de Energia, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil.
- [6] SEMENSATO, M. **Aplicações da teoria da potência complexa instantânea no cálculo das grandezas de Buchholz – Goodhue**. 2007. 121 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica: Sistemas de Energia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, Brasil.